

# Messung der akustischen Wandadmittanzen hochabsorbierender Wandauskleidungen in reflexionsarmen Räumen

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines

Doktor-Ingenieurs

der

Abteilung für Elektrotechnik

an der Ruhr-Universität Bochum

von

HEINO LENZ

Berlin

Bochum 1983









# Messung der akustischen Wandadmittanzen hochabsorbierender Wandauskleidungen in reflexionsarmen Räumen

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines

Doktor-Ingenieurs

der

Abteilung für Elektrotechnik

an der Ruhr-Universität Bochum

von

HEINO LENZ

Berlin

Bochum 1983

DIPLOM  
Zur  
Erreichung des Grades eines  
Doktor-Ingenieur  
der  
Fakultät für Elektrotechnik  
an der Ruhr-Universität Bochum

Dissertation eingereicht am : 30.05.83

Tag der mündlichen Prüfung : 15.07.83

Referent : Prof. Dr.-Ing. J. Blauert

Korreferent : Prof. Dr.-Ing. P. Dullenkopf

## VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1978 bis 1983 am Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum. Dem Leiter des Lehrstuhls, Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Blauert danke ich für die Förderung der Arbeit.

Den ehemaligen Studenten der Abteilung Elektrotechnik und Diplomanden im Vertiefungsgebiet "Technische Akustik", Herrn Dipl.-Ing. W. Förderer und Herrn Dipl.-Ing. K.-P. Julcher danke ich für ihre Mitarbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Dullenkopf danke ich für die Übernahme des Korreferates.





# INHALT

|                                                                                                                              | Seite |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Einleitung                                                                                                                   | 1     |
| 1. Das Schallfeld einer Punktschallquelle<br>vor einer lokal reagierenden Wand                                               | 5     |
| 1.1. Beschreibung des Randwertproblems                                                                                       | 5     |
| 1.2. Exakte Lösung des Randwertproblems                                                                                      | 10    |
| 1.3. Auftreten des "Oberflächenwellenterms"                                                                                  | 16    |
| 1.4. Lösung des Randwertproblems für die<br>hochabsorbierende, lokal reagierende Wand                                        | 18    |
| 1.5. Gültigkeitsbereich der Lösung für den<br>Fall der hochabsorbierenden, lokal<br>reagierenden Wand                        | 24    |
| 1.6. Fernfeldnäherungen für die Lösung<br>des Randwertproblems                                                               | 29    |
| 1.7. Exemplarisch durchgeführte Berechnung von<br>Schallfeldern einer Kugelschallquelle vor<br>einer lokal reagierenden Wand | 30    |
| 1.8. Seitliche Reflexionen in Konzertsälen von<br>Wänden mit lokal reagierenden Eigenschaften                                | 43    |
| 2. Der keilförmig strukturierte Faserabsorber<br>als lokal reagierende Wand                                                  | 53    |
| 2.1. Meßtechnische Verfahren zur Überprüfung<br>lokal reagierender Eigenschaften                                             | 53    |

|                                                                                                                              | Seite |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 2.2. Meßverfahren                                                                                                            | 56    |
| 2.3. Meßergebnisse                                                                                                           | 63    |
| 3. Statistische Verfahren zur Bestimmung des Reflexionsfaktors der Wandauskleidung von reflexionsarmen Räumen                | 67    |
| 3.1. Übersicht                                                                                                               | 67    |
| 3.2.1. Bestimmung des Reflexionsfaktors bei Annahme einer statistischen Rayleigh-Verteilung der Schalldruckamplituden        | 69    |
| 3.2.2. Bestimmung der Standardabweichung der Amplitudenhäufigkeitsverteilung bei veränderlichem Lautsprecher-Mikrofonabstand | 72    |
| 3.2.3. Meßaufbau                                                                                                             | 76    |
| 3.2.4. Meßergebnisse                                                                                                         | 79    |
| 3.2.5. Das akustische Zentrum der Schallquelle                                                                               | 85    |
| 3.2.6. Auswahl der Meßpunkte auf der Meßbahn                                                                                 | 92    |
| 3.2.7. Meßtechnische Analyse der Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages                                               | 94    |
| 3.2.8. Kritische Bewertung des Meßverfahrens                                                                                 | 97    |
| 3.3.1. Bestimmung des Reflexionsfaktors bei Annahme einer Schallfeldverteilung durch Spiegelschallquellen                    | 99    |
| 3.3.2. Kritische Bewertung des Meßverfahrens                                                                                 | 103   |

|                                                                                                                                                | Seite |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 4. Wellentheoretisches Verfahren zur Bestimmung der Wandadmittanzen der Auskleidung reflexionsarmer Räume                                      | 105   |
| 4.1. Anforderungen und Zielsetzungen                                                                                                           | 105   |
| 4.2. Theoretische Grundlagen                                                                                                                   | 108   |
| 4.3. Bestimmung der normierten Wandadmittanzen der Begrenzungsflächen                                                                          | 115   |
| 4.3.1. Auswertealgorithmus                                                                                                                     | 115   |
| 4.3.2. Bestimmung der akustischen Meßgrößen                                                                                                    | 124   |
| 4.3.3. Bestimmung der geometrischen Meßgrößen                                                                                                  | 126   |
| 4.4. Meßergebnisse                                                                                                                             | 132   |
| 4.4.1. Untersuchte reflexionsarme Räume                                                                                                        | 132   |
| 4.4.2. Überprüfung der Modellrechnung                                                                                                          | 135   |
| 4.4.3. Normierte Wandadmittanz, Reflexionsfaktor ; Vergleich der Meßergebnisse mit den Werten für senkrechten Schalleinfall im Kundtschen Rohr | 140   |
| 4.4.4. Festlegung der Bezugsebene                                                                                                              | 148   |
| 4.4.5. Einfluß von Fehlern bei der Bestimmung der geometrischen Größen                                                                         | 152   |
| 4.4.6. Anzahl der benötigten Meßorte                                                                                                           | 155   |

|                                                              | Seite |
|--------------------------------------------------------------|-------|
| 5. Weitere Anwendungen                                       | 157   |
| 5.1. Messung von akustischen Übertragungsfunktionen          | 159   |
| 5.2. Messung der Schalleistung nach dem Hüllflächenverfahren | 166   |
| Zusammenfassung                                              | 170   |
| Literatur                                                    | 172   |

## ANHANG

|                                                                                 |      |
|---------------------------------------------------------------------------------|------|
| A.1. Berechnung der Koeffizienten                                               | A 1  |
| A.2. Berechnung der geometrischen Größen                                        | A 16 |
| A.3. Bestimmung des Betrages und des Phasenwinkels des gemessenen Schalldruckes | A 18 |

## EINLEITUNG

In der vorliegenden Arbeit wird ein neues Meßverfahren zur Bestimmung der komplexen Wandadmittanzen der Auskleidungen eines reflexionsarmen Raumes \* vorgeschlagen. Das Meßverfahren beruht auf einem neuen Modell, mit dem das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum berechnet werden kann. Bei dem Rechenmodell wird insbesondere das spezielle Verhalten einer hochabsorbierenden Wand berücksichtigt. Es wird in der Arbeit gezeigt, daß die bisher bekannten Fernfeldnäherungen für den Fall einer Kugelschallquelle vor einer hochabsorbierenden Wand nicht anwendbar sind. Für die hochabsorbierende Wand tritt als reflektierte Welle in Wandnähe eine dominante Oberflächenwelle auf, für die eine neue Lösung des Randwertproblems entwickelt wurde.

Die theoretischen Grundlagen des vorgeschlagenen Meßverfahrens wurden an zwei reflexionsarmen Räumen meßtechnisch überprüft. Die Meßergebnisse zeigen, daß die Modellbildung zur Berechnung des Schallfeldes in einem reflexionsarmen Raum in einem Maß mit dem meßtechnisch ermittelten Schalldruckfeld übereinstimmt, welches nur noch durch die sehr geringen systematischen Fehler der Meßeinrichtung bestimmt wird.

---

\*

In der Literatur wird ein reflexionsarmer Raum auch mit den weniger präzisen Ausdrücken "reflexionsfreier Raum", "echofreier Raum" (englisch: "anechoic chamber") oder "schalltoter Raum" bezeichnet.





In der Literatur wurde über den Aufbau einer Vielzahl von reflexionsarmen Räumen berichtet (BERANEK und SLEEPER, 1946; MEYER, KURTZE, SEVERIN und TAMM, 1953; EPPRECHT, KURTZE und LAUBER, 1954; KRAAK, JAHN und FASOLD, 1958; GRÜTZMACHER, 1963; PETERSON, HELLWARTH und DUNN, 1967; INGERSLEV, PEDERSEN und MOLLER, 1967; KOIDAN und HRUSKA, 1978).

Der erste reflexionsarme Raum mit befriedigenden Absorptionseigenschaften wurde bereits im Jahre 1939 in Berlin errichtet (MEYER, BUCHMANN und SCHOCH, 1940). Durch die Wahl eines keilförmig strukturierten Faserabsorbers als reflexionsarme Auskleidung konnte ein geringer Reflexionsfaktor der Auskleidung realisiert werden. Im Prinzip basieren die meisten bis zur Gegenwart ausgeführten reflexionsarmen Wandauskleidungen auf dem Prinzip des keilförmig strukturierten, porösen Absorbers.

Eine weitere Möglichkeit für den Aufbau einer reflexionsarmen Wandauskleidung besteht in der sogenannten Würfel- auskleidung, auch als Perlschnurprinzip bezeichnet. Dieses Prinzip wurde von CREMER vorgeschlagen (ROTHER und NUTSCH, 1962). Das schallabsorbierende poröse Material wird in kleine, z.B. würfelförmige Körper aufgelöst. Diese absorbierenden Körper werden vor den Raumbegrenzungsflächen an Fäden ähnlich einer Perlschnur aufgereiht. Sowohl die Größe der einzelnen Elemente als auch die Montagedichte der Elemente als auch die Dichte des verwendeten Fasermaterials wachsen mit zunehmender Nähe zur schallharten Begrenzungsfläche des Raumes. Nach diesem Vorschlag wurden eine Reihe von reflexionsarmen Räumen aufgebaut. Ein weiterer Anordnungsvorschlag zum Aufbau einer reflexionsarmen Wandauskleidung beruht auf keilförmig angeordneten Rohrschalen aus Mineralfasermaterial (MECHEL und BORCHARD, 1976).

Für die Auswahl einer geeigneten reflexionsarmen Wandauskleidung wurden unterschiedliche Keilgeometrien und unterschiedliche Fasermaterialien in akustischen Meßleitungen (Kundtsches Rohr) meßtechnisch untersucht (MEYER, BUCHMANN und SCHOCH, 1940; BERANEK und SLEEPER, 1946; KURTZE, 1952; KRAAK, JAHN und FASOLD, 1960; INGERSLEV, PEDERSEN und MOLLER, 1967; VENZKE und SONNTAG, 1969; KOIDAN, HRUSKA und PICKETT, 1972). Durch die Messungen in der akustischen Meßleitung erhält man aber nur Angaben über den Reflexionsfaktor bei senkrechtem Schalleinfall und zwar nur für eine relativ kleine Probe.

Es lag daher nahe, in den reflexionsarmen Räumen selbst nach ihrer Fertigstellung ihre Reflexionseigenschaften zu überprüfen. In den meisten Räumen wurden dabei Messungen durchgeführt, bei denen die Abweichungen des gemessenen Schalldruckbetrages vom " $1/r$ -Gesetz" betrachtet wurden. Dabei wurde ein Meßmikrofon entlang einer Geraden von einer kugelförmig abstrahlenden Schallquelle kontinuierlich entfernt. Der gemessene Schalldruckabfall über der Entfernung wurde mit der idealen Schalldruckabnahme im freien Schallfeld verglichen, die umgekehrt proportional zum Abstand  $r$  zwischen Schallquelle und Mikrofonort ist (MEYER, BUCHMANN und SCHOCH, 1940; BERANEK und SLEEPER, 1946; MEYER, KURTZE, SEVERIN und TAMM, 1953; EPPRECHT, KURTZE und LAUBER, 1954; KRAAK, JAHN und FASOLD, 1960; PETERSON, HELLWARTH und DUNN, 1967; INGERSLEV, PEDERSEN und MOLLER, 1967; MOLLER, 1973; KOIDAN und HRUSKA, 1978). Dabei wurden ausschließlich die Abweichungen der Schalldruckpegel zwischen dem gemessenen Verlauf und dem idealen Freifeldfall bestimmt. Eine quantitative Aussage über das Reflexionsverhalten der Wandauskleidungen ist aufgrund dieser Messungen nicht möglich.

Als weitere Methode zur groben Abschätzung des Reflexionsverhaltens eines reflexionsarmen Raumes wurde das Abkling-

verhalten eines Schallfeldes betrachtet, welches durch einen kurzen Impuls, z.B. durch eine Funkenentladung erzeugt wird (MEYER, BUCHMANN und SCHOCH, 1940; MEYER, KURTZE, SEVERIN und TAMM, 1953; PETERSON, HELLWARTH und DUNN, 1967; LEICHSENRING und SCHERER, 1970). Das Reflektogramm einer impulsförmigen Anregung ermöglicht direkt keine Aussage über das Reflexionsverhalten der reflexionsarmen Wandauskleidungen. Die Auswertung eines Reflektogrammes aus einem reflexionsarmen Raum entsprechend einer Nachhallkurve und die Berechnung eines Wandabsorptionsgrades aus der Nachhallzeit ist wenig sinnvoll. Die üblichen Formeln, die einen Zusammenhang zwischen den Absorptionsgraden der Raumboberflächen und der Nachhallzeit eines Raumes beschreiben, sind nur unter der Voraussetzung eines diffusen Schallfeldes anwendbar. In einem reflexionsarmen Raum sind aber die Voraussetzungen für ein diffuses Schallfeld nicht gegeben.

Zur quantitativen Bestimmung des Reflexionsverhaltens der reflexionsarmen Wandauskleidung sind zwei Verfahren bekannt (DIESTEL, 1968; KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974). Im Kapitel 3 dieser Arbeit wird über weitere Untersuchungen zu diesen Verfahren berichtet und es werden die Grenzen der Anwendbarkeit dieser Verfahren aufgezeigt.

# 1. DAS SCHALLFELD EINER PUNKTSCHALLQUELLE VOR EINER LOKAL REAGIERENDEN WAND

## 1.1 Beschreibung des Randwertproblems

Für die Lösung des Randwertproblems einer Punktschallquelle vor einer lokal reagierenden Wand ist es sinnvoll, die auftretenden Schallfeldgrößen durch das Schnellepotential  $\Phi$  zu beschreiben.

Der Zusammenhang zwischen der Schallschnelle  $\dot{v}$  und dem Schnellepotential  $\Phi$  ergibt sich zu

$$\dot{v} = \text{grad } \Phi \quad (1.1)$$

Für den Zusammenhang zwischen dem Druck  $p$  und dem Schnellepotential  $\Phi$  gilt

$$p = \rho_0 \frac{d\Phi}{dt} + \text{const} \quad (1.2)$$

Setzt man die Gleichung für den Schalldruck in die dreidimensionale Wellengleichung

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (1.3)$$

ein, so nimmt nach Integration über der Zeit die dreidimensionale Wellengleichung für das Schnellepotential folgende Form an

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \Phi}{dt^2} \quad (1.4)$$

Dabei sind  $\rho_0$  die spezifische Dichte des Mediums und  $c$  die Schallgeschwindigkeit in dem Medium.

Betrachtet man nur harmonische Schallfeldgrößen und be-

dient man sich der komplexen Darstellung, so ergeben sich folgende Zusammenhänge

$$p = \rho_0 j \omega \Phi \quad (1.5)$$

$$\Phi = \frac{p}{j \omega \rho_0} \quad (1.6)$$

$$v = \text{grad } \Phi = \frac{-j}{\rho_0 \omega} \text{ grad } p \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\omega^2}{c^2} \Phi \quad (1.8)$$

Der zeitliche Drehfaktor  $e^{j\omega t}$  ist dabei wie in der komplexen Rechnung üblich nicht mit aufgeführt. Führt man den Phasenkoeffizienten  $\beta$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \quad (1.9)$$

ein, so erhält man

$$\nabla^2 \Phi + \beta^2 \Phi = 0 \quad (1.10)$$

Für die weiteren Betrachtungen sei ein Kartesisches Koordinatensystem  $(x, y, z)$  angenommen. Die lokal reagierende Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ . Die Punktschallquelle befindet sich im Abstand  $z_0$  über der lokal reagierenden Wand.

Die Greensche Funktion für die Lösung dieses Randwertproblems  $G(x, y, z; x_0, y_0, z_0)$  muß die dreidimensionale Wellengleichung erfüllen

$$\nabla^2 G + \beta^2 G = 0 \quad (1.11)$$

und zwar für den oberen Halbraum  $z > 0$  mit Ausnahme des

Ortes der Quelle  $x_0, y_0, z_0$ . Dort liegt eine Singularität der Form

$$\frac{1}{-4\pi R_1} e^{-j\beta R_1} \quad (1.12)$$

vor, wobei  $R_1$  der Abstand zwischen dem betrachteten Aufpunkt und dem Ort der Quelle ist.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird der Ort der Punktquelle für die folgende Berechnung auf  $x_0 = 0$  und  $y_0 = 0$  gesetzt.

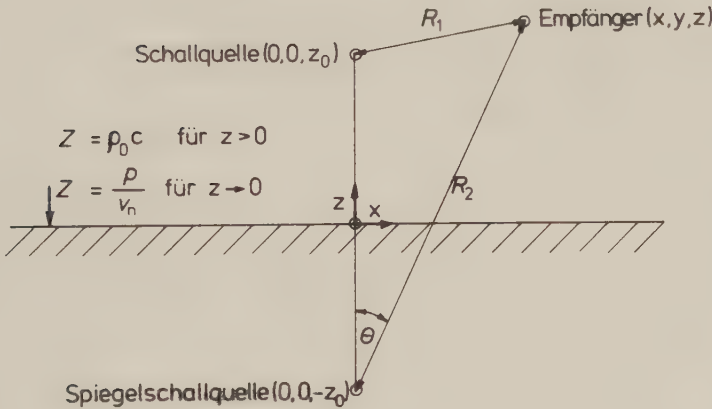


Abbildung 1.1:

Festlegung der geometrischen Größen zur Beschreibung des Randwertproblems einer Kugelschallquelle vor einer lokal reagierenden Wand



Darüber hinaus muß die Funktion  $G$  die Randbedingung an der lokal reagierenden Wand in der Ebene  $z = 0$  erfüllen. Der Zusammenhang zwischen dem Druck  $p$  und der wandnormalen Schnelle  $v_n$  an der Grenzschicht einer lokal reagierenden Wand ist gegeben durch die komplexe Wandimpedanz  $Z$

$$Z = \frac{p}{v_n} \quad (1.13)$$

Durch Einsetzen erhält man

$$-\frac{d}{dz} G + j \frac{\rho_0 c}{Z} - \frac{2\pi}{\lambda} G = 0 \quad (1.14)$$

Da  $\rho_0 c$  die Schallkennimpedanz für das Medium in der oberen Halbebene ist, wird für die weitere Behandlung die Größe  $Z / (\rho_0 c)$  als normierte Wandimpedanz bezeichnet (englisch: specific boundary impedance). Der Kehrwert dieser Größe ist die normierte Wandadmittanz  $v$ .

$$v = \rho_0 c / Z \quad (1.15)$$

Damit ergibt sich für die Randbedingung folgende Bedingungsgleichung

$$\frac{d}{dz} G - jvG = 0 \quad (1.16)$$

Um auch für unendlich weit entfernte Punkte  $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$   $G \rightarrow 0$  zu erfüllen, ist es erforderlich, daß das Medium in der oberen Halbebene leicht dissipative Eigenschaften hat. Dies kann in den Gleichungen dadurch berücksichtigt werden, daß der Ausdruck  $j\beta$  durch den komplexen Ausbreitungs-koeffizienten  $\gamma = \alpha + j\beta$  ersetzt wird, wobei in der Regel  $\alpha \ll \beta$ .

Für die weitere Lösung bedeutet dies keine Einschränkung der Allgemeinheit, da durch einen Grenzübergang  $\alpha \rightarrow 0$  an geeigneter Stelle des Lösungsweges die Gültigkeit der Lösung auch für nichtdissipative Medien aufgezeigt werden kann.

## 1.2 Exakte Lösung des Randwertproblems

Lösungen für das zuvor beschriebene Randwertproblem wurden von mehreren Autoren vorgeschlagen (RUDNICK, 1947; LAWHEAD und RUDNICK, 1951; DONATO, 1976). Die meisten Lösungswege gehen dabei auf einen Ansatz von INGÅRD (INGÅRD, 1951) zurück. Basierend auf dieser Lösung wurde neben anderen Autoren von THOMASSON (1976) die umfassendste Lösung veröffentlicht. Die wesentlichen Punkte des Lösungsweges werden im folgenden wiedergegeben, da er für das Verständnis der in den folgenden Kapiteln behandelten Lösung des Randwertproblems für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand von Bedeutung ist.

Für die zu bestimmende Funktion  $G$  wird ein Lösungsansatz gemacht, der aus zwei additiven Bestandteilen  $S$  und  $K$  besteht.

$$G = S + K \quad (1.17)$$

Dabei ist die Funktion  $S$  die aus der Literatur bekannte Lösung für den Fall, daß die Grenzschrift schallhart ist. Man erhält ein Schallfeld, das aus dem Schallfeld der Primärquelle (1) am Ort  $(0,0,z_0)$  und aus dem Schallfeld einer Spiegelschallquelle (2) am Ort  $(0,0,-z_0)$  durch Überlagerung erzeugt wird.

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2} \quad (1.18)$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2} \quad (1.19)$$

$$S = \frac{-1}{4\pi} \left( \frac{1}{R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} + \frac{1}{R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} \right) \quad (1.20)$$

Dabei sind  $R_1$  und  $R_2$  die Abstände zwischen dem betrachteten Feldpunkt und der Primär- bzw. der Spiegelschallquelle. Die Funktion  $S$  erfüllt die Wellengleichung mit der richtigen Singularität am Ort der Primärquelle und verschwindet für Orte im Unendlichen.

Die unbekannte Funktion  $K$  muß sowohl der Wellengleichung als auch der Randbedingung genügen. Da für  $z = 0$  die örtliche Ableitung von  $S$  bezüglich  $z$  null wird, ergibt sich aus der Randbedingung für  $K$  folgende Bedingungsgleichung

$$-\frac{d}{dz}K - j\beta v K = j\beta v S \quad (1.21)$$

Für einen Lösungsansatz in der Form

$$K = \int_0^{\infty} A(\beta) \cdot e^{-mz} \cdot J_0(\beta r) \, d\beta \quad (1.22)$$

mit

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

$$h = z + z_0$$

$$m = \sqrt{\beta^2 - (\beta - j\alpha)^2}$$

wobei  $J_0$  die Bessel-Funktion der Ordnung null ist, kann gezeigt werden, daß er die Gleichung 1.11 erfüllt. Durch Einsetzen von  $S$  (Gleichung 1.18) und dem Lösungsansatz für  $K$  (Gleichung 1.22) erhält man für die Funktion  $A(\beta)$

$$A(\beta) = \frac{-j\beta v}{2\pi} \cdot \frac{\beta e^{-mh}}{m(-j\beta v - m)} \quad (1.23)$$

Durch Einsetzen von (1.23) in (1.22) erhält man als formale Lösung für die Green'sche Funktion

$$K = \frac{-j\beta v}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-mh}}{m(j\beta v - m)} J_0(\beta r) d\beta \quad (1.24)$$

Die Hauptaufgabe des weiteren Lösungsweges besteht in einer Bestimmung des Integrals in der Funktion K. Bei der Lösung des Integrals wird die Bessel-Funktion  $J_0(z)$  in einer geeigneten Integraldarstellung eingesetzt. Nach Substitution der Variablen und nach einer Transformation von Kartesischen Koordinaten in Zylinderkoordinaten, wobei die z-Achse des Zylinderkoordinatensystems durch den Ort der Spiegelschallquelle und den betrachteten Feldpunkt geht, kann man das Integral in ein Linienintegral über einen geeigneten Integrationsweg  $L_1$  umwandeln. Man erhält für die Funktion K folgende Form

$$K = -\frac{j\beta v}{2\pi} \int_{L_1} e^{j\beta R_2 \gamma} \frac{1}{\sqrt{W}} d\gamma \quad (1.25)$$

mit

$$\gamma = jm / \beta \quad (1.26)$$

$$W = (v + \gamma \cos \theta)^2 - (\sqrt{1 - \gamma} \sin \theta)^2 \quad (1.27)$$

$$\cos \theta = (z + z_0) / R_2 \quad (1.28)$$

Zur Bestimmung des Integrals bedient man sich der Sattelpunkt-Methode von Debye, auch Methode des steilsten Abstieges (engl.: steepest descent, abgekürzt: SD). Allerdings ist es nicht unmittelbar möglich, bei der Abschätzung des Integrals in Gleichung 1.25 durch die Sattelpunkt-Methode den Integrationsweg  $L_1$  durch die Linie des steil-

sten Abstieges, SD-Kontur, zu ersetzen. Es müssen die Singularitäten des Ausdruckes  $\sqrt{1/W}$  beachtet werden, das heißt die Nullstellen der Funktion W (Gleichung 1.27). Es kann gezeigt werden, daß nur eine der beiden Nullstellen der Funktion W in den Bereich zwischen dem Integrationsweg  $L_1$  und der SD-Linie liegen kann.

Die zu berücksichtigende Singularität liegt bei

$$\gamma_0 = -v \cos \theta + \sqrt{1-v^2} \sin \theta \quad (1.29)$$

Als Bedingung dafür, daß  $\gamma_0$  in dem Bereich zwischen  $L_1$  und SD liegt, ergibt sich

$$\text{Im}(\nu) < 0 \quad (1.30)$$

$$\text{Re}(\gamma_0) > 1 \quad (1.31)$$

Für diesen Fall muß neben der Integration entlang der SD-Linie eine Integration entlang der Verzweigungslinie B

$$\gamma = \gamma_0 - jt \quad t \geq 0 \quad (1.32)$$

zur Umgehung der Singularität  $\gamma_0$  durchgeführt werden. Für alle anderen Fälle wird das zu bestimmende Integral allein durch die Integration entlang der SD-Linie bestimmt.

$$K = \begin{cases} K_{SD} + K_B & ; \text{Re}(\gamma_0) > 1, \text{Im}(\nu) < 0 \\ K_{SD} & ; \text{sonst} \end{cases} \quad (1.33)$$

Die Notwendigkeit, entsprechend der Lage der Singularität einen zusätzlichen Term  $K_B$  zu berücksichtigen, wurde erstmals von WENZEL (1972) aufgezeigt und später von THOMASSON (1974) präzisiert.



$$K_{SD} = \frac{\beta v}{2\pi} e^{-j\beta R_2} \cdot I_1 \quad (1.34)$$

Für den Ausdruck  $K_B$  läßt sich eine Lösung in der folgenden Form finden :

$$K_B = \frac{1}{2} \beta v \cdot H_0^1(\beta r \sqrt{1-v^2}) \cdot e^{j\beta h v} \quad (1.35)$$

Dabei ist  $H_0^1$  die Hankel-Funktion nullter Ordnung.

Als exakte Gesamtlösung, die alle Fallunterscheidungen berücksichtigt, ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \phi = & -\frac{1}{4\pi R_1} e^{-j\beta R_1} \\ & -\frac{1}{4\pi R_2} e^{-j\beta R_2} \\ & + \frac{\beta v}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_2} I_1 \\ & + C \cdot K_B \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$I_1 = \int_0^\infty e^{-\beta R_2 t} \frac{1}{\sqrt{W}} dt \quad (1.37)$$

$$W = (1 - jt - \gamma_0) \cdot (1 + jt - \gamma_1) \quad (1.38)$$

$$\gamma_0 = -v \cos \theta + \sqrt{1-v^2} \cdot \sin \theta \quad (1.39)$$

$$\gamma_1 = -v \cos \theta - \sqrt{1-v^2} \cdot \sin \theta \quad (1.40)$$

$$C = \begin{cases} 1 & ; \operatorname{Re}(\gamma_0) > 1, \operatorname{Im}(v) < 0 \\ 0 & ; \text{sonst} \end{cases} \quad (1.41)$$

$$\operatorname{Re}(\sqrt{W}) = \begin{cases} < 0; & C = 1, \quad t > t_1 \\ > 0; & \text{sonst} \end{cases} \quad (1.42)$$

$$\operatorname{Re}(\sqrt{1 - v^2}) > 0 \quad (1.43)$$

$$t_1 = \operatorname{Im}((\gamma_0 - 1)(\gamma_1 - 1)) / \operatorname{Re}((\gamma_0 - 1) + (\gamma_1 - 1)) \quad (1.44)$$

Der Ausdruck  $K_g$  wird in der Regel als Oberflächenwellen-term gedeutet. Wie aus den zuvor aufgeführten Gleichungen hervorgeht, ist das Auftreten dieser Oberflächenwelle sowohl von der normierten Wandadmittanz als auch vom Ort abhängig.

### 1.3 Auftreten des "Oberflächenwellenterms"

Wie anhand der im vorangegangenen Abschnitt wiedergegebenen exakten Lösung für das Randwertproblem der Punktquelle vor der lokal reagierenden Wand ersichtlich ist, kann es unter bestimmten Bedingungen zum Auftreten eines zusätzlichen Terms  $K_B$ , des sogenannten "Oberflächenwellenterms" kommen. Im folgenden soll untersucht werden, inwieweit ein derartiger Term bei hochabsorbierenden Wandauskleidungen, wie sie für reflexionsarme Räume verwendet werden, auftreten kann. Das Auftreten eines Oberflächenwellenterms ist an folgende Bedingungen geknüpft:

$$\operatorname{Im}(\nu) < 0$$

$$\operatorname{Re}(\gamma_0) > 1$$

Bei Messungen des Reflexionsfaktors von hochabsorbierenden Wandauskleidungen im Kundt'schen Rohr erhält man für den Imaginärteil der normierten Wandadmittanz, sowohl Werte größer null als auch Werte kleiner null. Dies hängt neben den konstruktiven Merkmalen des Absorbers auch von der im Grunde willkürlich vorgenommenen Festlegung der Bezugsebene ab, für den die normierte Wandadmittanz bestimmt wird. Von der ersten der beiden Bedingungen kann man daher in der Regel keine Aussage über das Auftreten eines Oberflächenwellenterms ableiten.

Die zweite Bedingung  $\operatorname{Re}(\gamma_0) > 1$  wurde daher näher untersucht. Da  $\gamma_0 = f(\nu, \theta)$  wurde  $\gamma_0$  für einen Wertebereich von  $|\nu|$  und  $\phi_\nu$  berechnet, wie er als typisch für hochabsorbierende Wandauskleidungen angesehen werden kann. Wie aus Abbildung 1.2 ersichtlich ist, wird die Bedingung  $\operatorname{Re}(\gamma_0) > 1$  für keinen Winkel erfüllt. Es ist also sichergestellt, daß für hochabsorbierende Wandauskleidungen der Oberflächenwellenterm nicht auftritt.

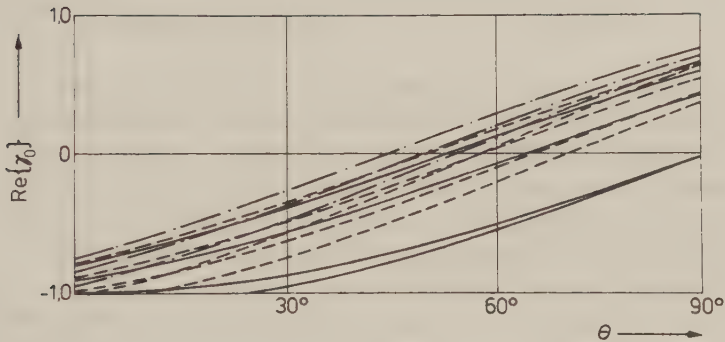


Abbildung 1.2 :

Kriterium für das Auftreten des "Oberflächenwellenterms"  $K_B$  bei hochabsorbierenden Wänden in Abhängigkeit von  $v_B$  und  $\theta$ .  $|v|$  und  $\arg(v)$  sind die Parameter der Kurvenschar. Der Wert für  $|v|$  entspricht jeweils dem Wert der durchgezogenen Linie bei  $\theta = 0^\circ$ .

- $\arg(v) = 0^\circ$
- $\arg(v) = 10^\circ$
- . -  $\arg(v) = 20^\circ$

Wie in einem der folgenden Abschnitte aber noch gezeigt wird, tritt unter gewissen Randbedingungen auch für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand eine nicht vernachlässigbare Oberflächenwelle auf, die aber nicht durch den sogenannten "Oberflächenwellenterm"  $K_B$  verursacht wird, sondern Lösung des Integrals  $I_1$  in Gleichung 1.36 ist.

#### 1.4. Lösung des Randwertproblems für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand

Die exakte Lösung des Randwertproblems der Punktquelle vor einer lokal reagierenden Wand beinhaltet auch ohne Auftreten eines "Oberflächenwellenterms" ein Integral, welches nicht mehr in einen algebraischen Ausdruck umgewandelt werden kann. Der Wert des Integrals läßt sich durch geeignete numerische Integration bestimmen. In Kapitel 4. dieser Arbeit wird ein Meßverfahren vorgeschlagen, daß aus der räumlichen Abtastung des Schalldruckfeldes in einem reflexionsarmen Raum die Wandadmittanzen der Begrenzungsflächen bestimmt. Diese Bestimmung der Randwerte ist das inverse Problem zur Bestimmung des Schalldruckfeldes in einem reflexionsarmen Raum bei vorgegebenen Randbedingungen. Für das hier behandelte Randwertproblem muß also eine Lösung gefunden werden, die die Lösung des inversen Problems zuläßt. Integrale, die die Randwerte als Variable enthalten und nur durch numerische Integration lösbar sind, lassen die Lösung des inversen Problems in der Regel nicht zu. Von THOMASSON (1974) und WENZEL (1972) sind für unterschiedliche Wertebereiche der normierten Wandadmittanz Näherungslösungen abgeleitet worden. Da die Lösungen insbesondere für die Untersuchung der Schallausbreitung im Freien erarbeitet worden sind, handelt es sich bei diesen Näherungslösungen ausschließlich um Fernfeldnäherungen, bei denen  $kr \gg 1$  als notwendige Bedingung erfüllt sein muß. Für raumakustische Problemstellungen, insbesondere für die begrenzten Abmessungen von reflexionsarmen Räumen, ist es erforderlich, eine Lösung des Randwertproblems auch für den Nahfeldbereich zu finden. Im folgenden wird eine Lösung des Randwertproblems für die Punktschallquelle vor einer hochabsorbierenden, lokal reagierenden Wand abgeleitet, die keine Einschränkung des Gültigkeitsbereiches bezüglich

der geometrischen Bedingungen von Wand- bzw. Sender-Empfänger-Abstand aufweist.

Hochabsorbierendes Verhalten einer Wand bedeutet, daß die Wandadmittanz sich nur geringfügig vom Wellenwiderstand der Luft unterscheidet. Das bedeutet, daß die Beträge der normierten Wandadmittanz und der normierten Wandimpedanz sehr nahe bei eins liegen und die Phasenwinkel der beiden Größen sehr nahe null liegen. Der zum Fall der hochabsorbierenden Wand entgegengesetzte Fall der schallharten Wand ergibt dagegen eine normierte Wandadmittanz  $v$ , die gegen null geht. Im folgenden soll der Wurzel Ausdruck  $W$  des Integranden der Funktion  $K_{SD}$  (Gleichung 1.34 und 1.36 bis 1.44) näher untersucht werden.

$$K_{SD} = \frac{\beta v}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta R_2 t}}{\sqrt{W}} dt$$

$$W = (1 - jt - \gamma_0) \cdot (1 - jt - \gamma_1)$$

$$\gamma_0 = -v \cdot \cos \theta + \sqrt{1 - v^2} \sin \theta$$

$$\gamma_1 = -v \cdot \cos \theta + \sqrt{1 - v^2} \sin \theta$$

Für den hochabsorbierenden Fall  $v \rightarrow 1$  geht der Ausdruck  $(1 - v^2) \rightarrow 0$ . Daraus ergibt sich für  $\gamma_0$  und  $\gamma_1$

$$\gamma_0 = -v \cdot \cos \theta \quad (1.45)$$

$$\gamma_1 = -v \cdot \cos \theta \quad (1.46)$$

$$\gamma_0 = \gamma_1 \quad (1.47)$$

Für den Radikanden  $W$  erhält man

$$W = (1 - jt - \gamma_0)^2 \quad (1.48)$$

Das Integral

$$I = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta R_2 t}}{\sqrt{W}} dt$$

kann damit in der folgenden Form dargestellt werden :

$$I = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta R_2 t}}{1 - jt + v \cos \theta} dt \quad (1.49)$$

$$I = j \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta R_2 t}}{j(v \cos \theta + 1) + t} dt \quad (1.50)$$

$$I = j \int_0^{\infty} \frac{e^{-at}}{b + t} dt \quad (1.51)$$

mit

$$a = \beta R_2 \quad (1.52)$$

$$b = j(v \cos \theta + 1) \quad (1.53)$$

Das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-at}}{b + t} dt \quad (1.54)$$

entspricht der Laplace-Transformierten der Funktion  $b+t$ . Das Integral kann in eine Darstellung durch das Exponential-Integral  $E_1(z)$  überführt werden.

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-at}}{b + t} dt = e^{ab} \cdot E_1(ab) \quad (1.55)$$

$$E_1(z) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-zt}}{t} dt \quad (1.56)$$



Somit ergibt sich für  $K_{SD}$

$$K_{SD} = \frac{j\beta v}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot e^{j\beta R_2(v \cdot \cos \theta + 1)} \cdot E_1(j\beta R_2(v \cdot \cos \theta + 1)) \quad (1.57)$$

Für den Ausdruck  $e^z \cdot E_1(z)$  existiert eine gute numerische Näherungslösung (GAUTSCH), die es ermöglicht, das Exponential-Integral als eine endliche Summe ganzzahliger Ausdrücke darzustellen.

$$e^z \cdot E_1(z) = \frac{a_1}{z+b_1} + \frac{a_2}{z+b_2} + \frac{a_3}{z+b_3} + e \quad (1.58)$$

mit

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,711093 & b_1 &= 0,415775 \\ a_2 &= 0,278518 & b_2 &= 2,29428 \\ a_3 &= 0,010389 & b_3 &= 6,29000 \end{aligned}$$

$$|e| \leq 3 \cdot 10^{-6}$$

Der Ausdruck  $K$  ergibt sich damit zu

$$K_{SD} = \frac{j\beta v}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{a_L}{j\beta R_2(1+v \cos \theta) + b_L} \quad (1.59)$$

bzw.

$$K_{SD} = \frac{1}{2\pi} \cdot v \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{a_L}{R_2(1+v \cos \theta) - j(b_L/\beta)} \quad (1.60)$$

Das Schnellepotential, das von einer Punktschallquelle vor einer hochabsorbierenden, lokal reagierenden Wand erzeugt wird, kann somit durch die folgende Gleichung beschrieben werden

$$\begin{aligned} \Phi = & -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} \\ & -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{R_2} \cdot e^{-j\beta R_2} \\ & + \frac{1}{2\pi} \cdot v \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot \sum_{l=1}^3 \frac{a_l}{R_2 (1 + v \cos \theta) - j(b_l / \beta)} \end{aligned} \quad (1.61)$$

Im Gegensatz zu der vollständigen Lösung von THOMASSON, die eine anschauliche Interpretation der Gleichungen kaum zuläßt, kann die Gleichung 1.61 zumindest für einige Spezialfälle sofort abgeschätzt werden.

Für den schallharten Fall  $v \rightarrow 0$  geht der Ausdruck  $K \rightarrow 0$ , da  $K_{SD}$  den Faktor  $v$  enthält und der Summenausdruck für  $v \rightarrow 0$  auch keine Polstelle aufweist.

Für den schallharten Fall geht die Lösung entsprechend der Gleichung 1.61 in die bekannte Feldverteilung über, die allein durch die Primär- und die Spiegelschallquelle erzeugt wird.

Für den vollabsorbierenden Fall  $v \approx 1$  geht der Ausdruck  $(1 + v \cdot \cos \theta)$  für kleine Winkel  $\theta$  gegen den Wert zwei. Für  $2R_2 \gg b_l / \beta$  nimmt der Ausdruck  $K_{SD}$  folgenden Wert an

$$K_{SD} = \frac{1}{4\pi R_2} \cdot e^{-j\beta R_2} \quad (1.62)$$

Dabei wurde berücksichtigt, daß  $\sum_{l=1}^3 a_l = 1$

Der Ausdruck  $K_{s0}$  ist für den vollabsorbierenden Fall  $\nu = 1$  gleich dem Schnellepotential, das von der Spiegelschallquelle erzeugt wird, hat aber umgekehrtes Vorzeichen. Das gesamte Schnellepotential wird also allein durch das Feld der Primärquelle bestimmt.

Dabei muß aber beachtet werden, daß für den Fall  $\nu = 1$  die Annahme  $2R_2 \gg b_L/\beta$  gemacht worden ist. Dies entspricht einer Annahme, wonach sich die betrachteten Feldpunkte im Fernfeld befinden. Feldberechnungen für das Nahfeld für den Fall  $\nu = 1$  zeigen aber, daß von der Wand eine Schallwelle reflektiert wird, obwohl der Fall  $\nu = 1$  eigentlich eine vollständige Anpassung bedeutet. Das Auftreten einer reflektierten Schallwelle für den Anpassungsfall  $\nu = 1$  wird aber sofort verständlich, wenn man bedenkt, daß es sich um eine lokal reagierende Wand handelt und  $\nu = 1$  nur Anpassung für die wandnormalen Komponenten bedeutet.

Der Ausdruck  $K_{s0}$  kann anschaulich als ein Term gedeutet werden, der in Abhängigkeit von der spezifischen Wandadmittanz  $\nu$  den Einfluß des Spiegelschallquellenanteils mindert, und im Fall sehr hoher Absorption den Spiegelschallquellenterm fast vollständig kompensiert. Weiterhin ist aus der Lösung für die hochabsorbierende Wand ersichtlich, daß das von den Rückwirkungen der Wand erzeugte Schnellepotential, also die Überlagerung des Spiegelschallquellentems und des  $K_{s0}$ -Terms zwar im wesentlichen eine  $1/R_2$ -Abhängigkeit aufweist, andererseits aber auch eine nicht vernachlässigbare Abhängigkeit vom Winkel aufweist. In einem der folgenden Abschnitte werden diese Abhängigkeiten anhand von ausgewählten Beispielen veranschaulicht.

### 1.5 Gültigkeitsbereich der Lösung für den Fall der hochabsorbierenden, lokal reagierenden Wand

Bei der Ableitung der Lösung des Randwertproblems für die hochabsorbierende Wand wurde ausgehend von der Annahme  $\nu \rightarrow 1$  der Ausdruck  $(1 - \nu^2)$  zu null abgeschätzt. Es ist ganz offensichtlich, daß die Differenz zwischen der exakten Lösung der Integralgleichung und der Lösung für den hochabsorbierenden Fall mit größer werdender Abweichung von  $\nu = 1$  zunimmt.

Zusätzlich ist die Differenz zwischen den beiden Lösungen auch noch vom Winkel abhängig, da der Ausdruck  $\sqrt{1 - \nu^2}$  mit  $\sin \theta$  multipliziert wird.

Für kleine Winkel  $\theta$  ist die Lösung für den hochabsorbierenden Fall auch für alle Werte von  $\nu$  mit der exakten Lösung identisch, da dort  $\sin \theta = 0$ .

Der zu erwartende Fehler nimmt also für den Fall, daß die Bedingung  $\nu = 1$  nicht erfüllt ist, mit ansteigendem Winkel  $\theta$  zu.

Zur Bestimmung des Gültigkeitsbereiches der Lösung für den hochabsorbierenden Fall (Gleichung 1.61) wurden für Werte von  $\nu$ , wie sie für die Auskleidung von reflexionsarmen Räumen typisch sind, die Abweichungen zwischen der exakten Lösung (Gleichung 1.36) und der Lösung für den hochabsorbierenden Fall (Gleichung 1.61) berechnet. Da sowohl das Schnellepotential  $\phi$  als auch alle Differenzen zwischen verschiedenen Lösungen bezüglich der z-Achse, also der Achse durch Primär- und Spiegel-Schallquelle, zylindersymmetrisch sind, wurden die grafischen Darstellungen für den ersten Quadranten der x-z-Ebene durchgeführt. Da für alle Fälle einer absorbierenden Wand das Schallfeld vor der Wand durch das Feld der Primärquelle dominant bestimmt wird, werden zum Vergleich der beiden Lösungen nur die Feldanteile betrachtet, die als Rück-

würfe von der Wand auftreten. Der in den folgenden Abbildungen wiedergegebene relative Betragsfehler wurde wie folgt bestimmt:

$$e = \frac{|\phi_e| - |\phi_h|}{|\phi_e|}$$

Von der Wand reflektierte Welle entsprechend der exakten Lösung nach Gleichung 1.36:

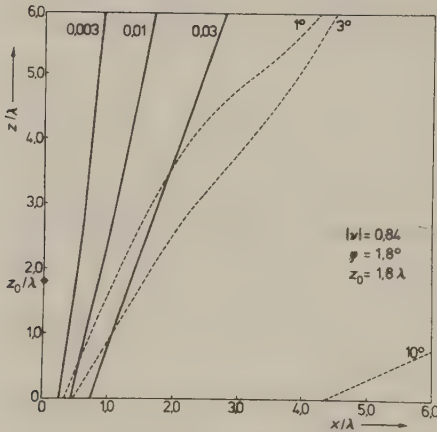
$$\begin{aligned} \phi_e = & -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{R_2} \cdot e^{-j\beta R_2} \\ & + \frac{1}{2\pi} \cdot \beta v \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta R_2 t}}{\sqrt{W}} dt \end{aligned} \quad (1.63)$$

Von der Wand reflektierte Welle entsprechend der Lösung für den hochabsorbierenden Fall nach Gleichung 1.61:

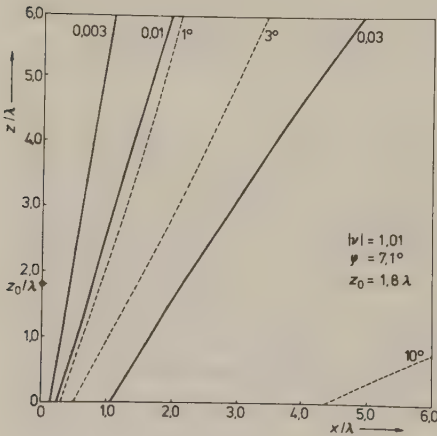
$$\begin{aligned} \phi_h = & -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{R_2} \cdot e^{-j\beta R_2} \\ & + \frac{1}{2\pi} \cdot v \cdot e^{-j\beta R_2} \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{a_L}{R_2 (1+v\cos\theta) - j(b_L/\beta)} \end{aligned} \quad (1.64)$$

Der Phasenfehler der Lösung für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand wurde wie folgt bestimmt:

$$\Delta\phi = |\arg(\phi_e) - \arg(\phi_h)| \quad (1.65)$$



normierte  
Wandadmittanz  
 $v = 0,84 \exp(j 1,8^\circ)$



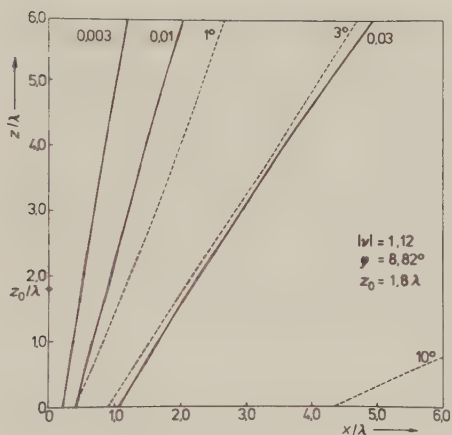
normierte  
Wandadmittanz  
 $v = 1,01 \exp(j 7,1^\circ)$

Abbildungen 1.3 und 1.4 :

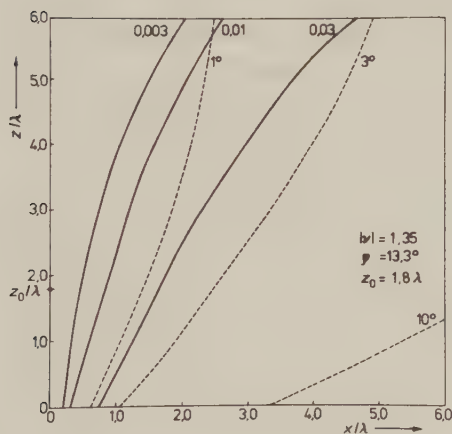
Abweichungen zwischen der Lösung für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand  $G_h$  und der exakten Lösung durch numerische Integration  $G_e$ . Es wird nur die von der Wand reflektierte Welle betrachtet

— relativer Betragsfehler des Schnellepotentials  
--- Phasenfehler des Schnellepotentials

Die Schallquelle befindet sich in einem Abstand von  $z_0 = 1,8\lambda$  vor der Wand. Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .



normierte  
Wandadmittanz  
 $v = 1.12 \exp(j 8.82^\circ)$



normierte  
Wandadmittanz  
 $v = 1.35 \exp(j 13.3^\circ)$

Abbildungen 1.5 und 1.6 :

Abweichungen zwischen der Lösung für die hochabsorbierende lokal reagierende Wand  $G_h$  und der exakten Lösung durch numerische Integration  $G_e$ . Es wird nur die von der Wand reflektierte Welle betrachtet.

— relativer Betragsfehler des Schnellepotentials  
 --- Phasenfehler des Schnellepotentials

Die Schallquelle befindet sich in einem Abstand von  $z_0 = 1.8\lambda$  vor der Wand. Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .



Wie aus den Berechnungen der relativen Betragsfehler ersichtlich ist, stellt die Lösung für den Fall der hochabsorbierenden Wand gemessen an den Möglichkeiten der akustischen Meßtechnik für große Raumbereiche eine sehr gute Näherung dar. Aus den grafischen Darstellungen ist weiterhin ersichtlich, daß der Phasenfehler für fast alle Raumbereiche kleiner  $10^\circ$  ist, in den insbesondere für raumakustische Problemstellungen interessierenden Raumbereichen beträgt der Phasenfehler weniger als  $3^\circ$ .

Wie schon bei der zuvor durchgeführten Betrachtung der Fehlerursachen angegeben wurde, ist aus den Berechnungen ersichtlich, daß die Fehler der Näherungslösung mit zunehmendem Winkel  $\theta$  ansteigen. Für Probleme der Schallausbreitung im Freien, wo Schallsender und Schallempfänger meist sehr nahe am Boden angenommen werden und damit  $\theta \approx 90^\circ$ , ist die Lösung daher weniger geeignet. Für fast alle raumakustischen Problemstellungen und insbesondere für Berechnung von Schallfeldern in reflexionsarmen Räumen liegen die geometrischen Verhältnisse so, daß die Feldverteilung in einem großen Raumbereich durch die Näherungslösung mit hoher Genauigkeit beschrieben werden kann.

## 1.6 Fernfeldnäherungen für die Lösung des Randwertproblems

Aus der Literatur sind seit längerer Zeit Näherungslösungen des Randwertproblems der Kugelschallquelle vor der lokal reagierenden Wand bekannt (MORSE und INGÅRD).

Diese Lösungen sind jedoch nur im Fernfeld anwendbar, das heißt für Feldpunkte anwendbar, die mindestens einige Wellenlängen von der Wandfläche entfernt liegen. Die gebräuchlichste Fernfeldnäherung hat folgende Form:

$$\begin{aligned}\phi &= -\frac{1}{4\pi R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} \\ &- R \cdot \frac{1}{4\pi R_2} \cdot e^{-j\beta R_2}\end{aligned}\quad (1.66)$$

mit dem Reflexionsfaktor  $R$

$$R(\theta) = \frac{\cos \theta - v}{\cos \theta + v} \quad (1.67)$$

Für viele raumakustischen Feldberechnungen und auch für Feldberechnungen in reflexionsarmen Räumen (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974) wurde der Ausdruck  $R$  (Gleichung 1.67) durch den Reflexionsfaktor für den senkrechten Schalleinfall angenähert. Dabei wird  $\cos \theta = 1$  gesetzt, was dem senkrechten Schalleinfall mit  $\theta = 0^\circ$  entspricht, und man erhält

$$R(0^\circ) = \frac{1 - v}{1 + v} \quad (1.68)$$

Die Grenzen der Anwendbarkeit dieser in der Handhabung sehr einfachen Näherungslösungen werden in einem der folgenden Abschnitte anhand von berechneten Schallfeldbeispielen aufgezeigt.

### 1.7 Exemplarisch durchgeführte Berechnung von Schallfeldern einer Kugelschallquelle vor einer lokal reagierenden Wand

Bis auf die Formeln für die Fernfeldnäherung entsprechend den Gleichungen 1.66 bis 1.68 ermöglichen die Lösungen des Randwertproblems der Kugelschallquelle vor einer lokal reagierenden Wand keine anschauliche Interpretation und lassen keine visuelle Abschätzung z.B. der räumlichen Schalldruckbetragsverteilung zu. Es wurden daher die Schallfelder berechnet, die durch eine Kugelschallquelle vor einer lokal reagierenden Wand erzeugt werden. Es wurde jeweils eine harmonische Anregung der Schallquelle angenommen. Die Berechnung der Schallfeldgrößen erfolgte entsprechend der Lösung für die hochabsorbierenden, lokal reagierende Wand entsprechend der Gleichung 1.61 in Abschnitt 1.4. Berechnet wurde der Betrag des Schalldruckes, der bis auf einen konstanten Faktor gleich dem Betrag des Schnellepotentials ist, und der Phase des Schalldruckes. Zur Veranschaulichung der räumlichen Schallfeldverteilung wurde eine Darstellung gewählt, bei der jeweils die Orte mit konstantem Betrag des Schalldruckes durch eine Linie miteinander verbunden sind. Zur Veranschaulichung der Ausbreitung der Schallwellen wurden die Orte gleicher Phasenlage des Schalldruckes miteinander verbunden. Da die geometrischen Größen nur in Bezug auf die Wellenlänge in die Schallfeldberechnung eingehen, wurden sie als auf die Wellenlänge bezogene Größen dargestellt. Der Ort der Schallquelle wurde für die berechneten Beispiele mit unterschiedlichen Wandadmittanzen auf  $z_0 = 1,8 \lambda$  gelegt. Für jede Randbedingung wurden sowohl das Gesamtschallfeld aus Direktschallanteil und von der Wand reflektiertem Anteil als auch das Schallfeld, welches nur durch die Wandreflexion erzeugt wird, berechnet.

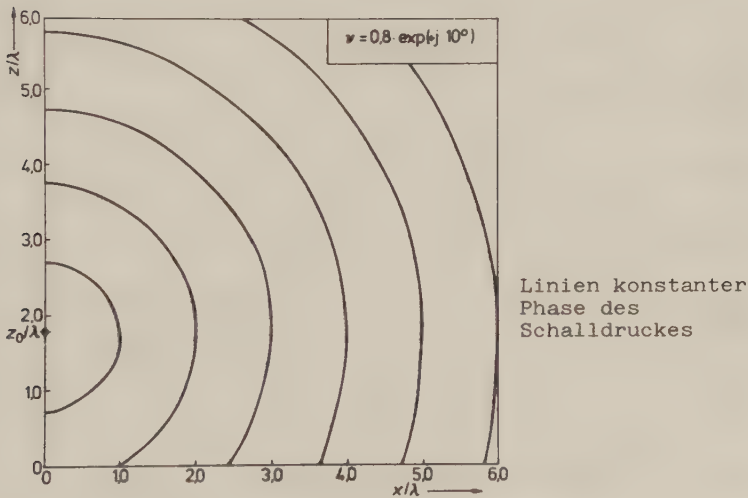
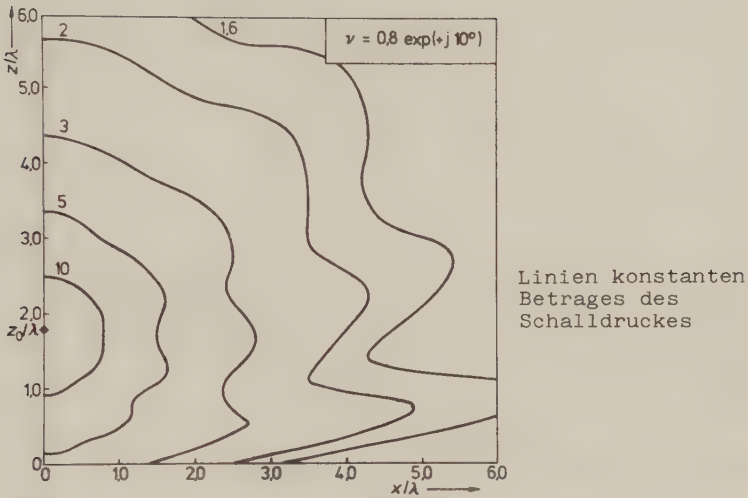


Abbildung 1.7 :

Gesamtschallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8\lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.

Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $\nu = 0,8 \exp(+j 10^\circ)$

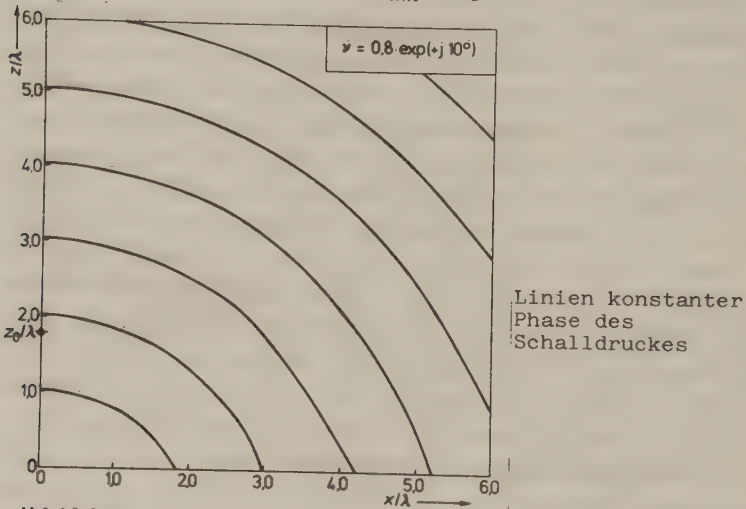
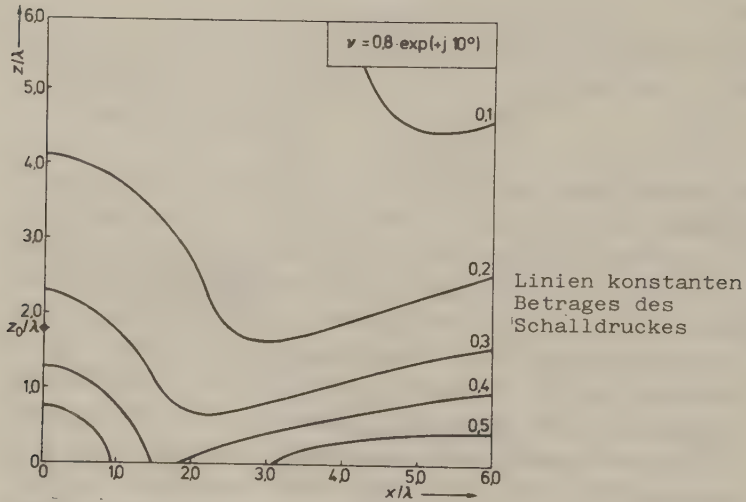


Abbildung 1.8 :

Von der Wand reflektiertes Schallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8 \lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.

Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $\nu = 0,8 \exp(+j 10^\circ)$

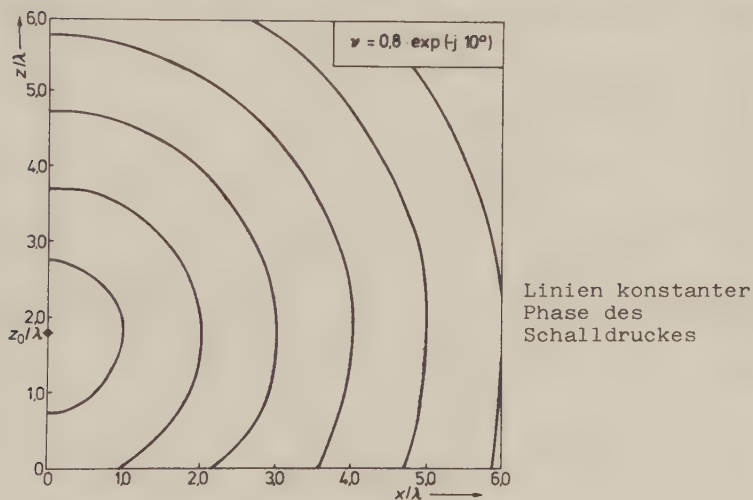
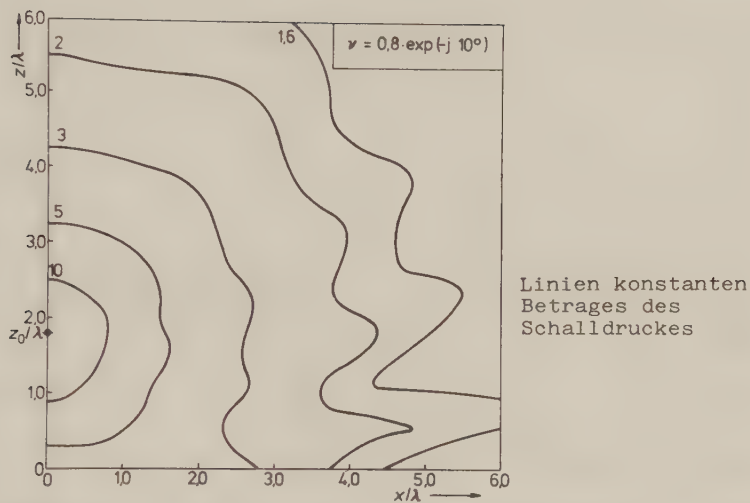


Abbildung 1.9 :

Gesamtschallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8 \lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.

Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $\nu = 0,8 \exp(-j 10^\circ)$

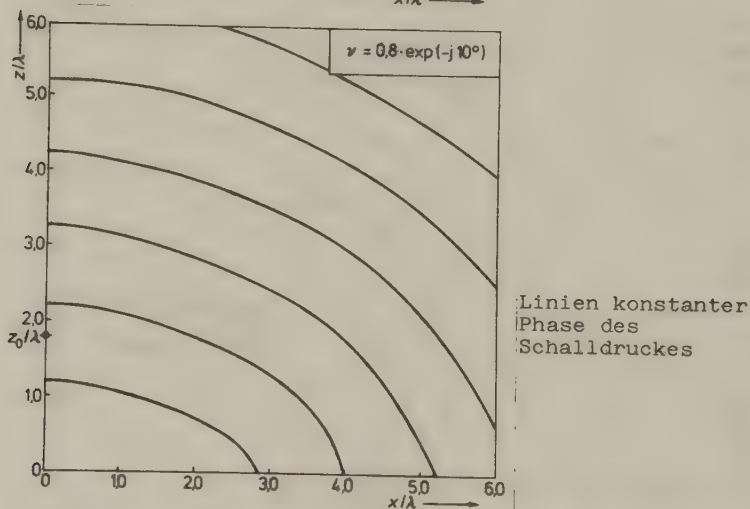
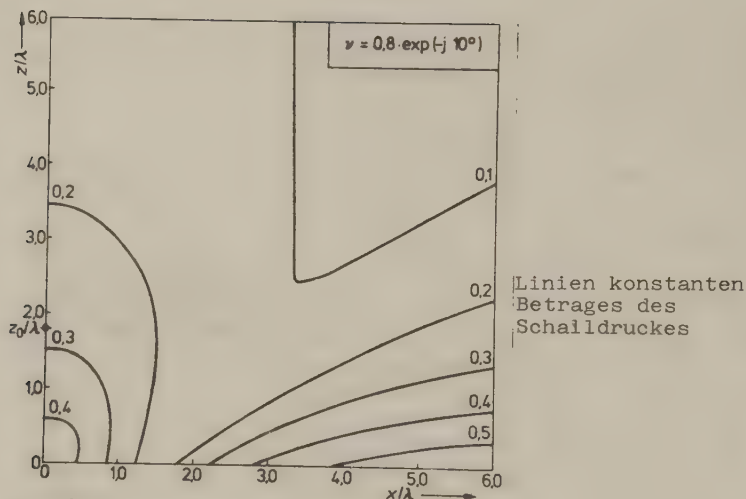


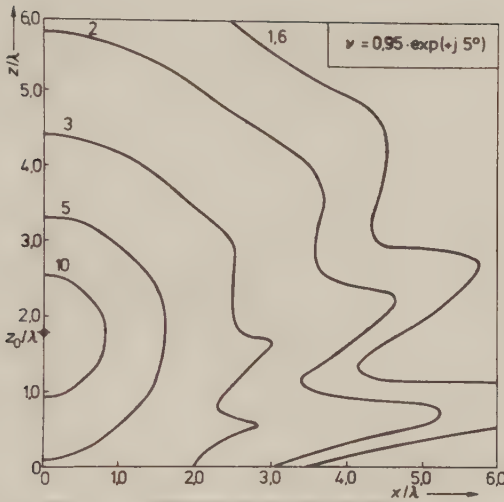
Abbildung 1.10 :

Von der Wand reflektiertes Schallfeld

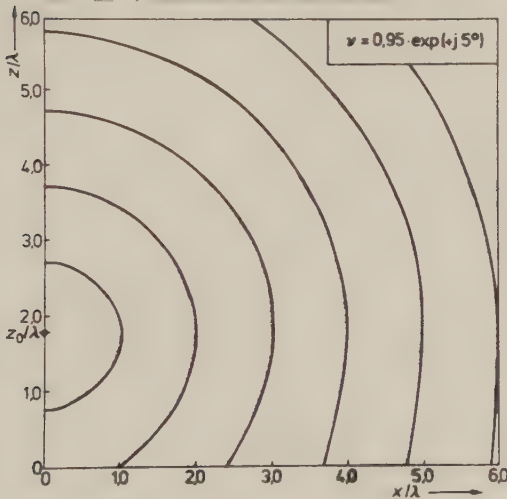
einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8 \lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.  
Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $\nu = 0,8 \exp(-j 10^\circ)$





Linien konstanter  
Betrages des  
Schalldruckes



Linien konstanter  
Phase des  
Schalldruckes

Abbildung 1.11 :  
Gesamtschallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8\lambda$  vor  
einer lokal reagierenden Wand.  
Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $v = 0,95 \exp(+j 5^\circ)$

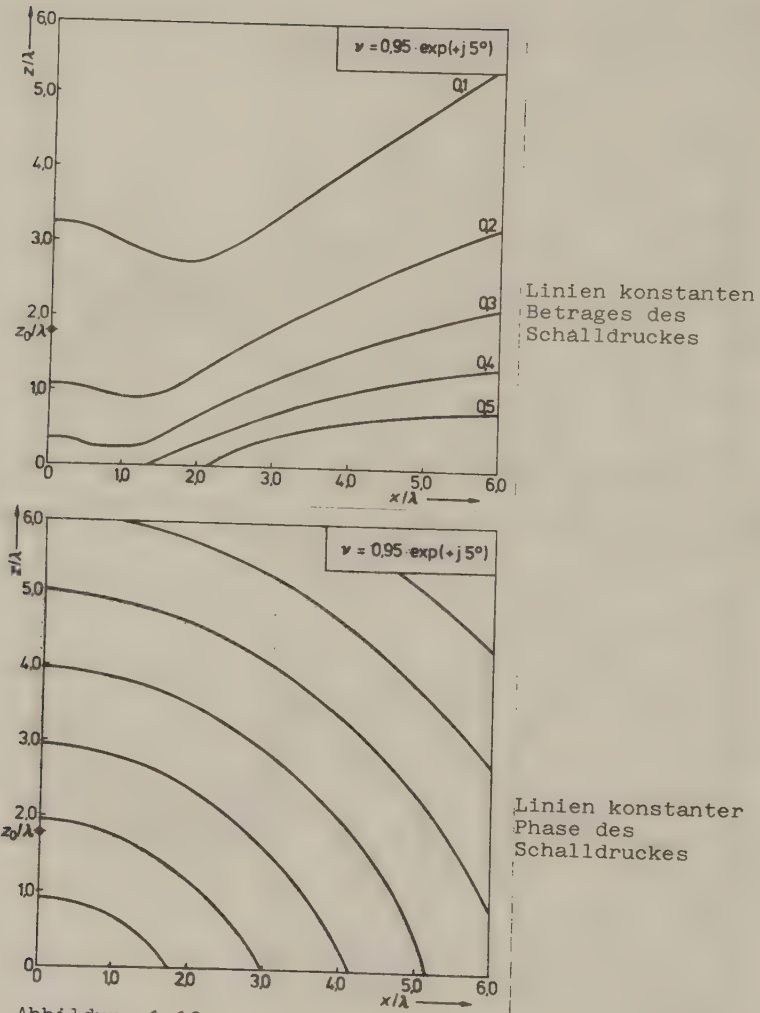


Abbildung 1.12 :

Von der Wand reflektiertes Schallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8 \lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.  
Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $v = 0,95 \exp(+j5^\circ)$

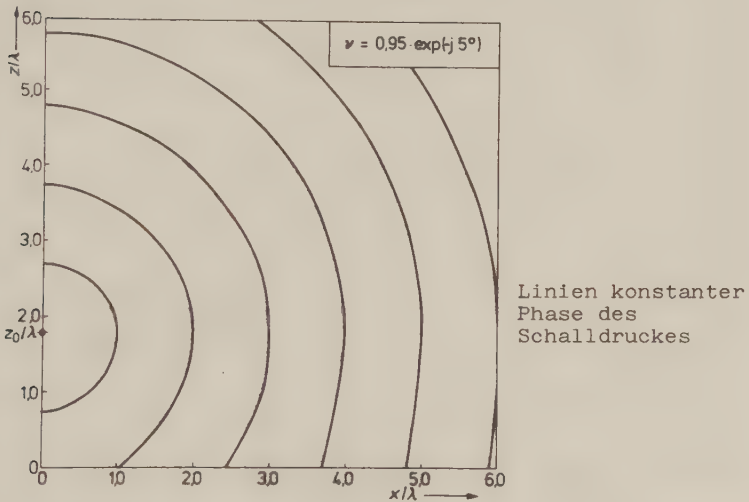
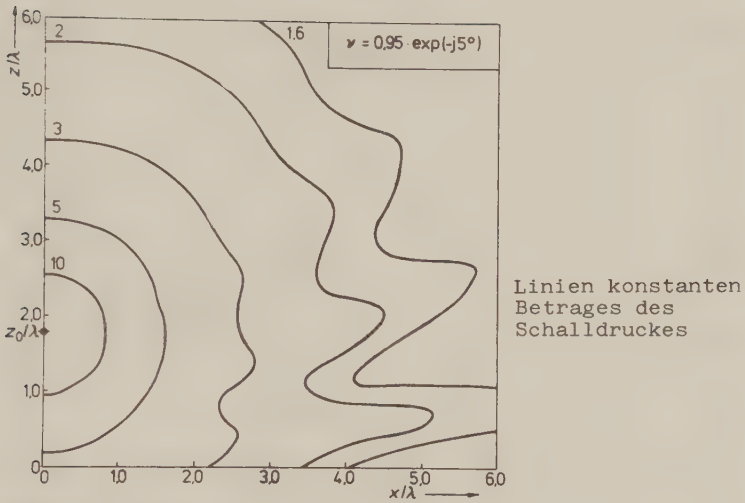


Abbildung 1.13 :

Gesamtschallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8\lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.

Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $v = 0,95 \exp(-j5^\circ)$

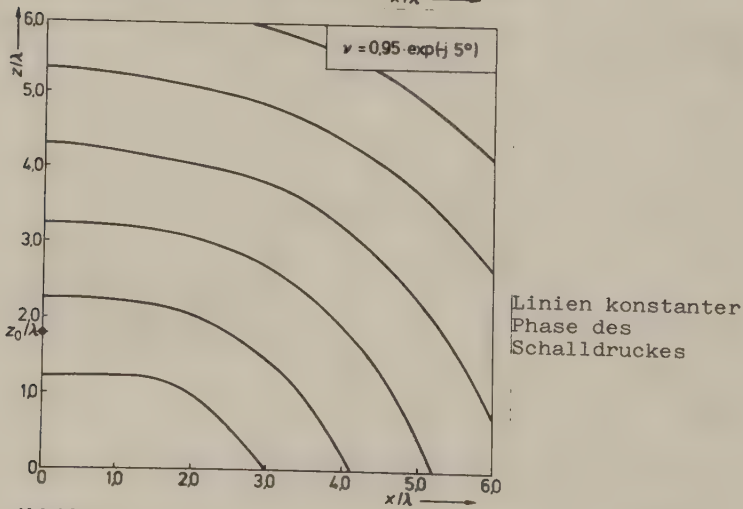
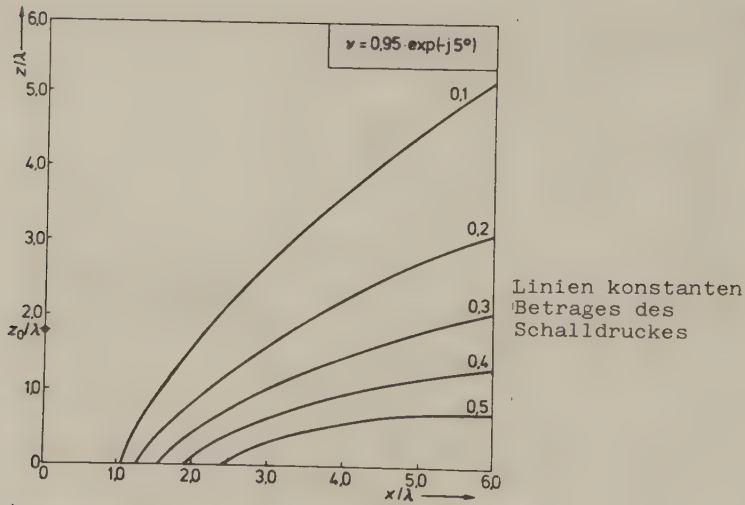


Abbildung 1.14 :

Von der Wand reflektiertes Schallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8\lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand.

Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $\nu = 0,95 \exp(-j5^\circ)$

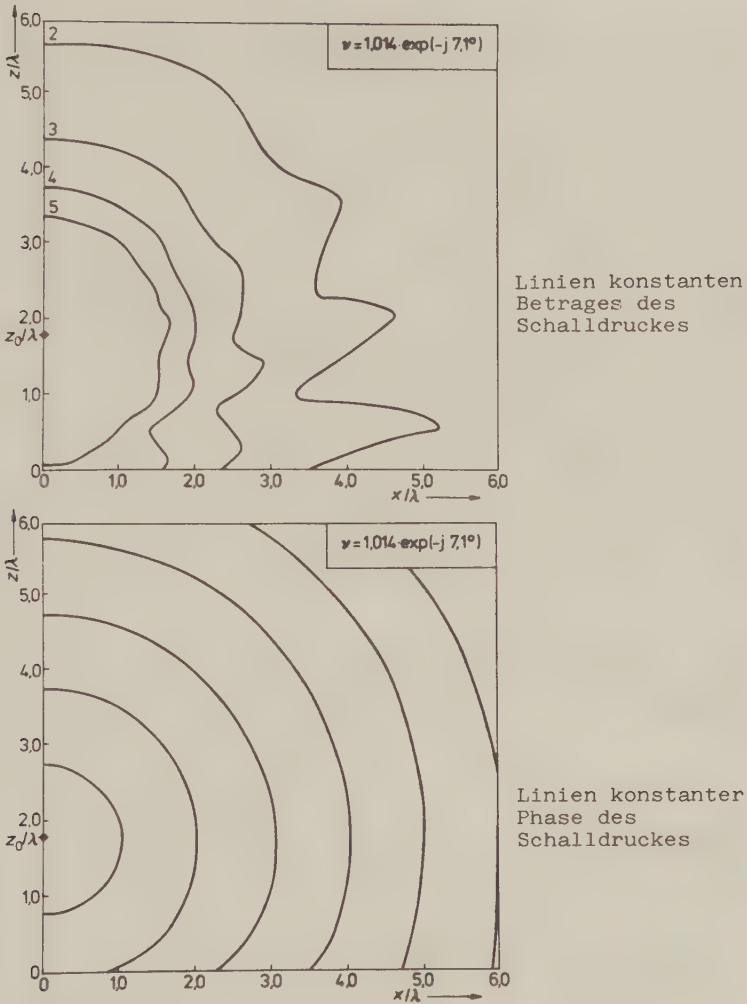
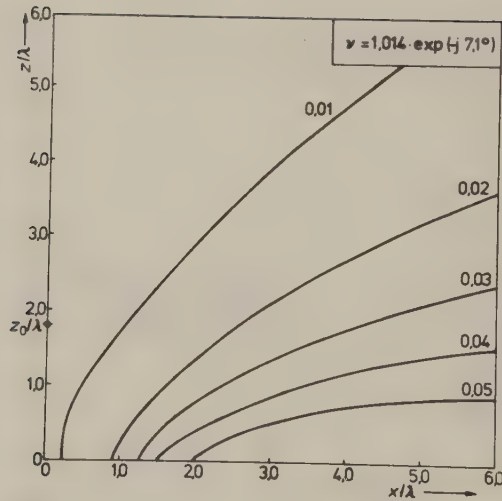


Abbildung 1.15 :

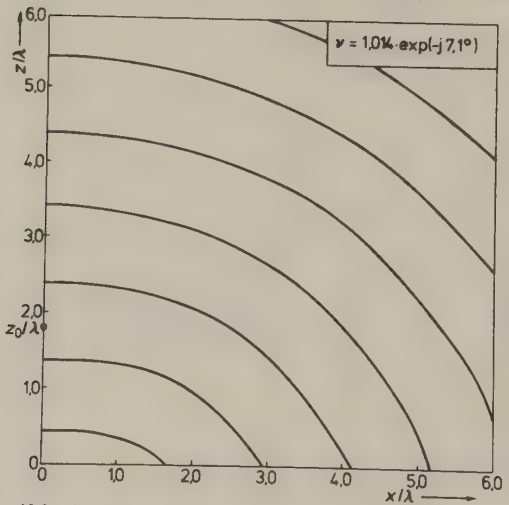
Gesamtschallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8\lambda$  vor einer lokal reagierenden Wand. Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $v = 1,014 \exp(-j 7,1^\circ)$



Linien konstanter  
Betrag des  
Schalldruckes



Linien konstanter  
Phase des  
Schalldruckes

Abbildung 1.16 :

Von der Wand reflektiertes Schallfeld

einer Kugelschallquelle im Abstand  $z_0 = 1,8 \lambda$  vor  
einer lokal reagierenden Wand.  
Die Wand liegt in der Ebene  $z = 0$ .

Normierte Wandadmittanz  $v = 1,014 \exp(-j 7,1^\circ)$

Bei den exemplarisch berechneten Schallfeldern, die auf den vorangegangenen Seiten grafisch dargestellt sind, handelt es sich jeweils um Fälle mit hochabsorbierenden Grenzflächen. Neben den hier grafisch dargestellten Fällen für einen Schallquellen-Wand-Abstand von  $z_0=1,8\lambda$  wurden die Schallfelder auch für anderen Schallquellen-Wandabstände berechnet. Für die Fälle, bei denen der Schallquellen-Wand-Abstand nicht grösser als einige Wellenlängen ist, erhält man Schallfelder, die den hier grafisch dargestellten Fällen strukturell ähnlich sind. Erst für die Fälle, bei denen der Schallquellen-Wand-Abstand eine Größenordnung größer als die Wellenlänge ist, erhält man Schallfelder, die durch das Schallfeld einer Spiegelschallquelle beschrieben werden können. Das Schalldruckfeld kann dann in guter Näherung durch die Fernfeldnäherung nach den Gleichungen 1.66 und 1.68 beschrieben werden.

Aus den berechneten Schalldruckfeldern, von denen einige in den vorangegangenen Abbildungen exemplarisch grafisch dargestellt wurden, lassen sich folgende grundlegende Aussagen ableiten :

- Für den Fall, daß der Abstand  $z_0$  zwischen Schallquelle und Wand nicht groß gegenüber der Wellenlänge ist, hat die von der Wand reflektierte Schallwelle für die hochabsorbierende Grenzfläche nicht die Form einer Kugelwelle, die vom Ort einer angenommenen Spiegelschallquelle abgestrahlt wird.
- Dies bedeutet, daß die von der Wand reflektierte Schallwelle nicht durch eine Spiegelschallquelle beschrieben wird, wie sie zum Beispiel bei der sogenannten Fernfeldnäherung (Gleichungen 1.66 bis 1.68) eingesetzt wird.

- ° Für den Fall, daß  $z_0$  nicht groß gegenüber  $\lambda$  ist, ist eine sich entlang der Wand ausbreitende Oberflächenwelle elementarer Bestandteil der von der Wand reflektierten Welle. Diese Oberflächenwelle hat ihren Ursprung nicht im Auftreten des in der Literatur genannten Oberflächenwellenterms. Die Bedingungen für das Auftreten des sogenannten Oberflächenwellenterms sind, wie dies bereits in Abschnitt 1.3 gezeigt worden ist, für die hochabsorbierende Wand nicht erfüllt. Die Oberflächenwelle, wie sie aus der grafischen Darstellung ersichtlich ist, ist vielmehr Bestandteil der allgemeinen Lösung für den hochabsorbierenden Fall. Der sogenannte Oberflächenwellenterm tritt dagegen nur bei sehr großen Schalleinfallswinkeln und bei Wandadmittanzen mit einem kleinen Realteil auf. Der in der Literatur gebräuchliche Ausdruck des Oberflächenwellenterms sollte dahingehend präzisiert werden, daß er um den Zusatz "für die schwach verlustbehaftete Oberfläche" ergänzt wird.
- ° Die Oberflächenwelle bindet einen großen Teil der reflektierten Schallenergie im wandnahen Bereich. Für Bereiche oberhalb des Oberflächenwellenbereiches treten unter gewissen Bedingungen für die normierte Wandadmittanz Zonen auf, in denen der Schalldruckbetrag sehr geringe Werte annimmt. Anschaulich kann man dieses Verhalten als eine Art Schattenzone beschreiben, die in einem Bereich von  $\theta = 45^\circ$  liegt.
- ° Die räumlichen Flächen konstanter Phase der von der Wand reflektierten Welle entsprechen weitestgehend den Flächen gleicher Phase einer Kugelschallquelle am Ort einer angenommenen Spiegelschallquelle.



### 1.8 Seitliche Reflexionen in Konzertsälen von Wänden mit lokal reagierenden Eigenschaften

Für das Hörereignis eines Zuhörers in einem Konzertsaal sind die von den Begrenzungsflächen des Saales erzeugten frühen Reflexionen des Direktschalles von wesentlicher Bedeutung. Für die Planung von Konzertsälen ist daher die rechnerische Voraussage der frühen Reflexionen in Bezug auf den Direktschall von besonderem Interesse. Für die von den Wänden reflektierten Schallwellen wurden in der Vergangenheit fast ausschließlich Ansätze gewählt, bei denen die reflektierten Schallwellen durch die Schallfelder von kugelförmig abstrahlenden Spiegelschallquellen beschrieben werden. Diese Spiegelschallquellen wurden ggf. entsprechend den Wandeigenschaften mit komplexen Amplitudenfaktoren gewichtet. Im vorangegangenen Abschnitt ist für das Nahfeld einer hochabsorbierenden, lokal reagierenden Wand aufgezeigt worden, daß das von der Wand reflektierte Schallfeld nicht mehr durch das Feld einer Spiegelschallquelle beschrieben werden kann.

Beim Bau von Konzertsälen werden neben anderer Wandverkleidung Holzvertäfelungen eingesetzt, die mit einem Luftabstand zum Mauerwerk montiert werden. Derartige Konstruktionen sind schwingfähige Gebilde, die durch das Schallfeld zu Plattenbiegeschwingungen angeregt werden. Die Bedingungen einer lokal reagierenden Oberfläche sind bei diesem Typ von Wandverkleidungen nicht gegeben. Jedoch bei vielen anderen Wandoberflächen, die üblicherweise im Konzertsaalbau eingesetzt werden, kann das akustische Verhalten durch das Verhalten einer lokal reagierenden Wand beschrieben werden. Zu diesen Wandoberflächen gehören poröse Absorber, geschlitzte bzw. gelochte, nicht mitschwin-

gende Platten sowie schallharte, nicht mitschwingende Wände.

Im folgenden soll daher untersucht werden, inwieweit für die Berechnung von Schallfeldern in Konzertsälen bei lokal reagierenden Begrenzungsflächen deren spezielle Eigenschaften berücksichtigt werden müssen. Da insbesondere die seitlichen Reflexionen in einem Konzertsaal zur sogenannten Räumlichkeit des Hörereignisses beitragen, wurden die Schallfeldberechnungen für einen Zuhörer vor einer seitlich angeordneten, lokal reagierenden Wand durchgeführt. Es wird nur der von der Schallquelle abgestrahlte Direktschall und eine seitliche Reflexion angenommen. Die Wand wird als in ihren Abmessungen nicht begrenzt angenommen.

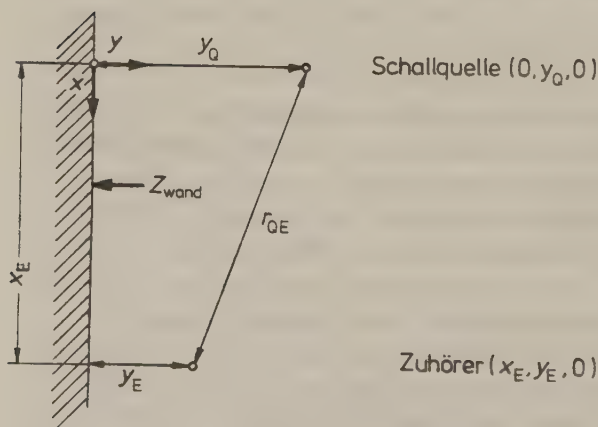


Abbildung 1.17:

Zuhörer  $(x_E, y_E, 0)$  vor einer lokal reagierenden Wand

Für unterschiedliche Orte für Schallquelle und Zuhörer sowie für unterschiedliche Wandeigenschaften wurde der auf den Direktschall bezogene Schalldruckpegel des von der Wand reflektierten Schalldruckbetrages berechnet. Die geometrischen Größen wurden so gewählt, wie sie sich für Zuhörerplätze in einem realen Konzertsaal ergeben würden. Die Wandeigenschaften wurden dabei als von der Frequenz unabhängig angenommen. Aus den gewählten drei Geometrien ergeben sich für die Schalleinfallswinkel  $\theta$  auf die Wand und für die Zeitverzögerung  $\Delta t$  zwischen Direktschall und seitlicher Reflexion folgende Werte:

- $\theta = 36^\circ$              $\Delta t = 30 \text{ ms}$
- $\theta = 41^\circ$              $\Delta t = 22 \text{ ms}$
- $\theta = 53^\circ$              $\Delta t = 11 \text{ ms}$

Für jede der drei Geometrien wurden die Berechnungen für die folgenden drei Wandeigenschaften durchgeführt:

- schallhart             $|R(0^\circ)| = 0,82$
- teilabsorbierend     $|R(0^\circ)| = 0,43$
- hochabsorbierend     $|R(0^\circ)| = 0,05$

Die Berechnungen wurden für die folgenden drei Verfahren durchgeführt:

- Berücksichtigung von lokal reagierenden Eigenschaften der Wand entsprechend der Lösung in Abschnitt 1.2, Gleichungen 1.36 bis 1.40.
- Berechnung entsprechend der Fernfeldnäherung aus Abschnitt 1.6, Gleichungen 1.66 und 1.68.  
Die von der Wand reflektierte Schallwelle wird durch das Feld einer Spiegelschallquelle beschrieben, das mit dem richtungsunabhängigen Reflexionsfaktor  $R$  gewichtet wird, wobei für  $R$  gilt  $R = (1 - \nu) / (1 + \nu)$

- ° Berechnung entsprechend der Fernfeldnäherung aus Abschnitt 1.6, Gleichungen 1.66 und 1.67.

Die von der Wand reflektierte Schallwelle wird durch das Feld einer Spiegelschallquelle beschrieben, das mit einem schalleinfallswinkelabhängigen Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  gewichtet wird, wobei für  $R(\theta)$  gilt

$$R(\theta) = (\cos \theta - v) / (\cos \theta + v)$$

In den Abbildungen 1.18 bis 1.20 ist der Schalldruckpegel der von der Wand reflektierten Schallwelle in Bezug auf den Direktschall für die unterschiedlichen Berechnungsverfahren aufgetragen. Die Ergebnisse für jeweils eines der drei gewählten Ortepaaire für Schallquelle und Zuhörer sind jeweils in einer Abbildung wiedergegeben. Aus der grafischen Darstellung ist ersichtlich, daß für den schallharten Fall und für den teilabsorbierenden Fall die Fernfeldnäherung sich nur geringfügig von der exakten Lösung für die lokal reagierende Wand unterscheidet. Vergleicht man die beiden Fernfeldnäherungen untereinander, stellt die Näherungslösung mit der schalleinfallswinkelunabhängigen Gewichtung mit  $R = (1 - v) / (1 + v)$  die genauere Lösung dar.

Hat die Wand dagegen hochabsorbierende Eigenschaften, so treffen die zuvor für die schallharte und für die teilabsorbierende Wand gemachten Aussagen nicht mehr zu. Die beiden Fernfeldnäherungen weichen deutlich von der exakten Lösung für die lokal reagierende Wand ab.

Für die untersuchten geometrischen Verhältnisse weist die exakte Lösung zu tiefen Frequenzen hin eine Verminderung der reflektierten Schallanteile gegenüber dem Direktschall auf. Die Ursache dafür liegt im Auftreten einer Oberflächenwelle im Nahfeld einer hochabsorbierenden Wand. Für

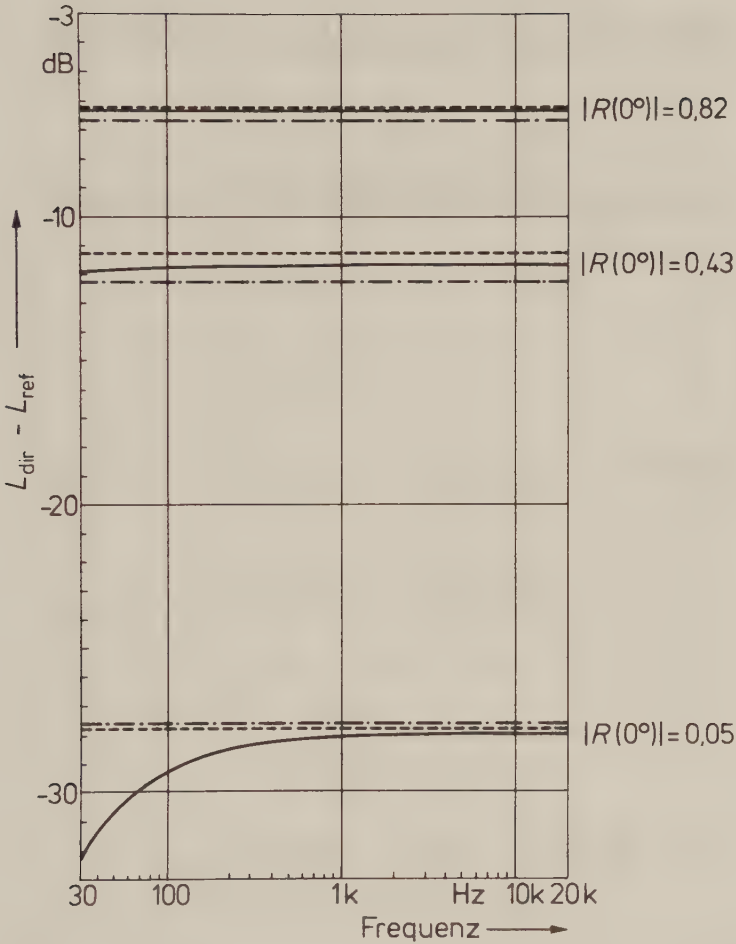


Abbildung 1.18:

Schalldruckpegeldifferenz zwischen dem Direktschall  $L_{\text{dir}}$  und dem von der Wand reflektiertem Schall  $L_{\text{ref}}$

- mit Berücksichtigung der lokal reagierenden Eigenschaften
- Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R = (1-v)/(1+v)$
- .- Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R(\theta) = (\cos\theta - v)/(\cos\theta + v)$

$y_q = 11,0 \text{ m}$  ;  $x_E = 15,0 \text{ m}$  ;  $y_E = 9,5 \text{ m}$  ;  $\theta = 36^\circ$  ;  $\Delta t = 30 \text{ ms}$

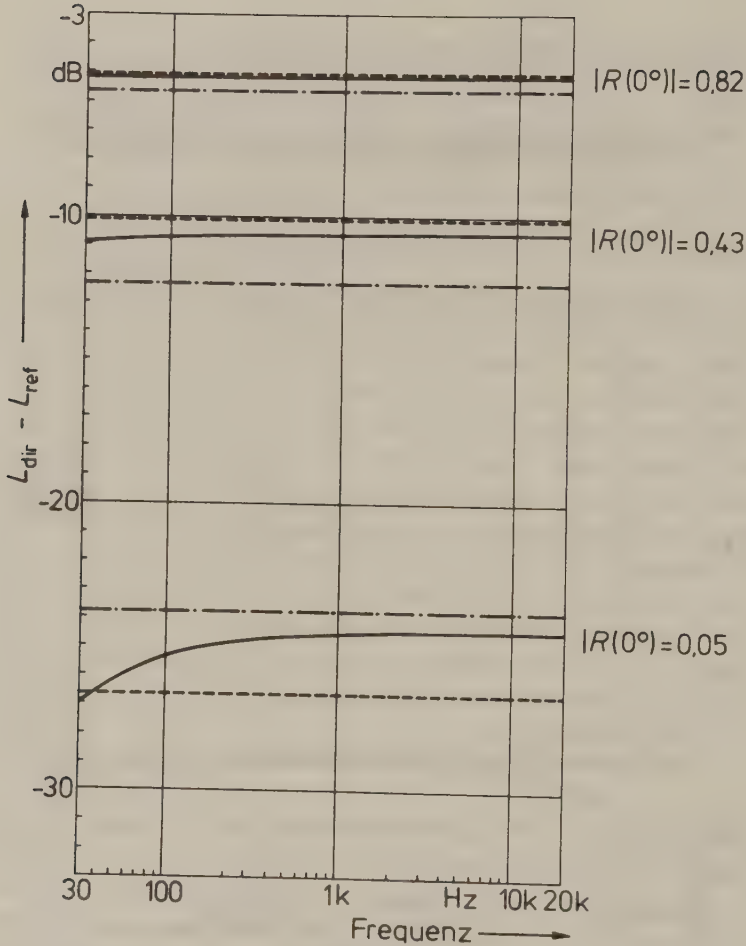


Abbildung 1.19:

Schalldruckpegeldifferenz zwischen dem Direktschall  $L_{\text{dir}}$  und dem von der Wand reflektierten Schall  $L_{\text{ref}}$

- mit Berücksichtigung der lokal reagierenden Eigenschaften
  - Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R = (1 - \nu) / (1 + \nu)$
  - Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R(\theta) = (\cos\theta - \nu) / (\cos\theta + \nu)$
- $y_0 = 11,0$  ;  $x_E = 15,0$  m ;  $y_E = 6,5$  m ;  $\theta = 41^\circ$  ;  $\Delta t = 22$  ms

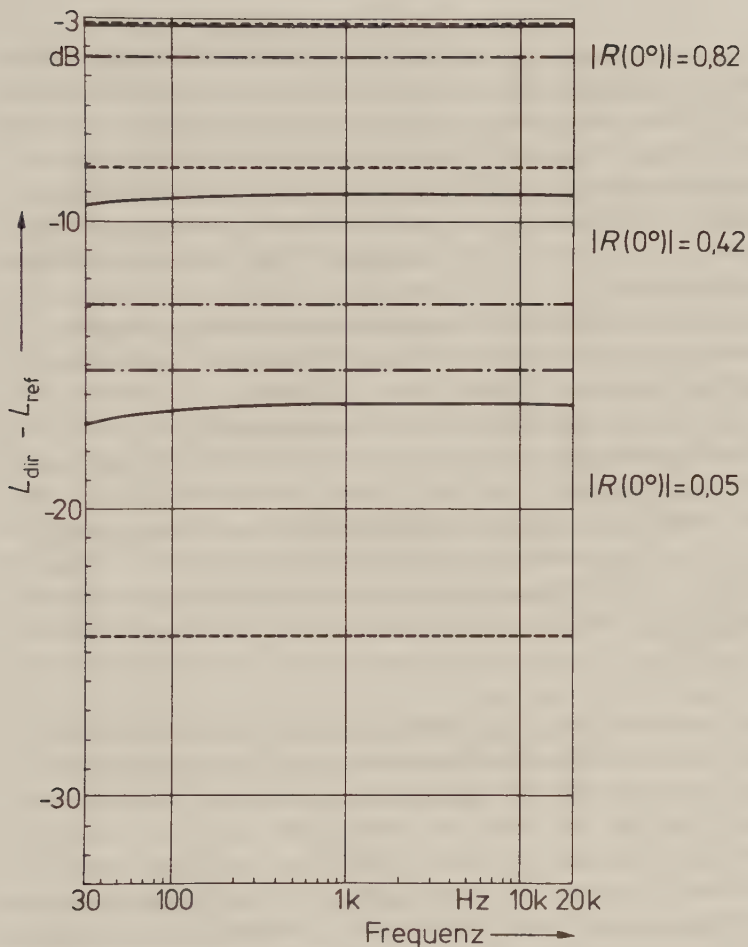


Abbildung 1.20:

Schalldruckpegeldifferenz zwischen dem Direktschall  $L_{\text{dir}}$  und dem von der Wand reflektierten Schall  $L_{\text{ref}}$

- mit Berücksichtigung der lokal reagierenden Eigenschaften
- Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R = (1-v) / (1+v)$
- .- Spiegelschallquelle mit Gewichtung durch den Reflexionsfaktor  $R(\theta) = (\cos\theta - v) / (\cos\theta + v)$

$y_0 = 11,0 \text{ m}$  ;  $x_E = 20,0 \text{ m}$  ;  $y_E = 4,0 \text{ m}$  ;  $\theta = 53^\circ$  ;  $\Delta t = 11 \text{ ms}$

einen Zuhörerbereich, bei dem der Schalleinfallswinkel der Wandreflexion ca.  $35^\circ$  beträgt, überlagert sich die von der Wand reflektierte Oberflächenwelle mit der Direktschallwelle gegenphasig und es entsteht eine Zone mit geringem Schalldruckbetrag. Dieses Verhalten ist auch aus den grafischen Darstellungen der exemplarisch berechneten Schallfelder in Abschnitt 1.7 ersichtlich. Die drei untersuchten Zuhörerplätze liegen bei tiefen Frequenzen in dieser akustischen Schattenzone. Daraus ergibt sich zu tiefen Frequenzen hin die Abnahme des reflektierten Schalldruckpegels. Die beiden Fernfeldnäherungen können diesen Effekt der lokal reagierenden, hochabsorbierenden Wand nicht berücksichtigen. Mit steigender Frequenz nimmt für den hochabsorbierenden Fall der Einfluß der Oberflächenwelle auf das Gesamtschallfeld ab. Für diesen Frequenzbereich stellt im Vergleich untereinander die Näherungslösung mit einer schalleinfallswinkelabhängigen Gewichtung der Spiegelschallquelle die geeignete Lösung unter den Fernfeldnäherungen dar.

Die Phasenlage des Schalldruckes der reflektierten Welle relativ zur Phase des Direktschalles ist grafisch nicht wiedergegeben. Für den schallharten Fall und für den teilabsorbierenden Fall sind die Phasen des reflektierten Schalldruckes für alle drei Berechnungsverfahren praktisch identisch. Für den hochabsorbierenden Fall stellt die Fernfeldnäherung mit einem schalleinfallswinkelabhängigen Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  im gesamten untersuchten Frequenzbereich eine gute Näherung der exakten Lösung dar. Die Fernfeldnäherung mit einem schalleinfallswinkelunabhängigen Reflexionsfaktor weicht dagegen bezüglich der Phase deutlich von der exakten Lösung ab.



In Konzertsälen werden hochabsorbierende Oberflächen in der Regel selten als Wand- bzw. Deckenverkleidung eingesetzt. Dagegen stellt das Publikum in einem Konzertsaal im mittleren und hohen Frequenzbereich einen akustischen Absorber mit einem hohen Absorptionsvermögen dar. Das Publikum kann also in erster Näherung als hochabsorbierende Fläche betrachtet werden, wobei die Schallempfänger - die Ohren der Zuhörer - sich nur wenige Zentimeter oberhalb der absorbierenden Fläche befinden. Aus der Literatur (CREMER u. MÜLLER) ist bekannt, daß im Frequenzbereich um 200 Hz für den Zuhörer eine hörbare Absenkung der Schallintensität gegenüber dem übrigen Hörfrequenzbereich auftritt. Dieser Effekt wird in der Literatur als Publikumseffekt bezeichnet. Die Frequenzabhängigkeit beruht nicht nur auf dem frequenzabhängigen Absorptionsverhalten des Publikums. Das frequenzabhängige Absorptionsverhalten führt erst zusammen mit den speziellen Bedingungen der Schallausbreitung über einer hochabsorbierenden Fläche zu dem Phänomen des Publikumseffektes. Die Überlagerung des Direktschalls mit der Oberflächenwelle, die als Reflexion einer Kugelwelle an einer hochabsorbierenden, lokal reagierenden Fläche auftritt, ist für das Auftreten des Publikumseffektes von signifikanter Bedeutung.

#### Zusammenfassung der Ergebnisse:

- Für den Fall einer schallharten und für den Fall einer teilabsorbierenden Wand kann das von der Wand reflektierte Schallfeld in guter Näherung durch das Schallfeld einer Spiegelschallquelle beschrieben werden, das mit einem schalleinfallswinkelunabhängigen Reflexionsfaktor  $R$  gewichtet wird, wobei für  $R$  gilt

$$R = (1 - \nu) / (1 + \nu)$$

- ° Für den Fall einer hochabsorbierenden Wand liefert bei tiefen Frequenzen keine der Fernfeldnäherungen befriedigende Ergebnisse. Die lokal reagierenden Eigenschaften müssen bei der Schallfeldberechnung in geeigneter Weise berücksichtigt werden, z.B. durch die Anwendung der Lösung für die hochabsorbierende, lokal reagierende Wand nach Gleichung 1.61.
- ° Gemessen an den hörphysiologischen Bedingungen kann bei einer hochabsorbierenden Wand für Frequenzen oberhalb von 500 Hz die Fernfeldnäherung als akzeptable Lösung betrachtet werden, bei der die von der Wand reflektierte Schallwelle durch das Schallfeld eine Spiegelschallquelle beschrieben wird, das mit einem schalleinfallswinkelabhängigen Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  gewichtet wird, wobei für  $R(\theta)$  gilt
$$R = (\cos \theta - v) / (\cos \theta + v)$$
- ° Die Ergebnisse lassen sich nicht unmittelbar auch auf kleine Räume, wie z.B. Büro- und Seminarräume, übertragen. Für kleine und mittelgroße Räume befinden sich Schallquelle und Zuhörer bezüglich der meisten Begrenzungsflächen im Nahfeld, so daß die lokal reagierenden Eigenschaften der Begrenzungsflächen bei der Schallfeldberechnung berücksichtigt werden müssen.

## 2. DER KEILFÖRMIG STRUKTURIERTE FASERABSORBER ALS LOKAL REAGIERENDE WAND

### 2.1 Meßtechnische Verfahren zur Überprüfung lokal reagierender Eigenschaften

Betrachtet man die Grenzschicht beim Übergang von einem Medium in ein anderes als lokal reagierend, so bedeutet dies, daß in dem lokal reagierenden Medium die akustischen Größen von den akustischen Größen in ihrer unmittelbaren Umgebung voneinander entkoppelt sind. Die Randbedingung für die akustischen Größen an der Grenzschicht ist nur durch das Verhältnis von Schalldruck zur wandnormalen Schnelle gegeben. Bei Faserabsorbern geht man im allgemeinen davon aus, daß durch die hohe Porösität des Mediums eine Schallausbreitung parallel zur Oberfläche so stark gedämpft wird, daß eine seitliche Entkopplung der Schallfeldgrößen in dem Medium gewährleistet ist. Zur meßtechnischen Überprüfung dieser Aufgabe wäre es denkbar, die Schallausbreitung in dem Fasermaterial bei schrägem Schalleinfall zu bestimmen. Messungen innerhalb des Absorbers wären sicherlich nur mit Hilfe von Sondenmikrofonen sinnvoll durchführbar. Durch das Einführen von Sonden wird jedoch lokal das Gefüge des Fasermaterials und damit die Porösität in einer kaum mehr abschätzbaren Weise verändert. Zur Überprüfung der lokal reagierenden Eigenschaften des Fasermaterials sind deshalb Messungen innerhalb des Materials weniger geeignet.

Ein anderer Weg, die Annahme eines lokal reagierenden Verhaltens zu überprüfen, besteht darin, das Schallfeld zu untersuchen, welches sich aus der Überlagerung der auf die lokal reagierende Wand einfallenden Schallwelle und der von der Wand reflektierten Schallwelle zusammensetzt. Ver-

fahren, bei denen man diesen beiden Anteile durch Abschirmungen, stark bündelnde Lautsprecher oder Substitution der zu untersuchenden Wand durch eine schallharte Bezugswand voneinander zu trennen versuchte, führten nicht zu befriedigenden Ergebnissen.

Fällt eine ebene Welle unter einen Einfallswinkel  $\theta$  auf eine lokal reagierende Wand mit der spezifischen Wandadmittanz  $v$ , so läßt sich das Reflexionsverhalten durch den winkelabhängigen Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  beschreiben.

$$R(\theta) = \frac{\cos \theta - v}{\cos \theta + v} \quad (2.1)$$

Für Meßzwecke läßt sich kaum eine Wellenart so schwer erzeugen wie eine ebene Welle. Daher soll das winkelabhängige Reflexionsverhalten eines Faserabsorbers unter Verwendung einer kugelförmig abstrahlenden Punktschallquelle untersucht werden. Das Schallfeld läßt sich für den Fall, daß der Abstand zwischen Quelle und Wand und der Abstand zwischen Empfänger und Wand groß gegenüber der Wellenlänge sind, in guter Näherung durch die sogenannte Fernfeldnäherung berechnen, wie sie bereits in Abschnitt 1.6 durch die Gleichungen 1.66 und 1.67 beschrieben wurde.

$$p(R_1, R_2) = -\frac{1}{4\pi R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} - R(\theta) \cdot \frac{1}{4\pi R_2} \cdot e^{-j\beta R_2} \quad (2.2)$$

mit dem Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  nach Gleichung 2.1 .

Mit dem im folgenden beschriebenen Meßverfahren soll der Reflexionsfaktor eines strukturierten Faserabsorbers in Abhängigkeit vom Einfallswinkel untersucht werden. Aus dem

Vergleich des meßtechnisch ermittelten Reflexionsfaktors mit dem winkelabhängigen Reflexionsfaktor aus Gleichung 2.2 kann man eine Aussage über das lokal reagierende Verhalten des Absorbers machen.

## 2.2 Meßverfahren

Einem Vorschlag von ANDO (ANDO, 1968) folgend wird der winkelabhängige Reflexionsfaktor durch Abtastung des Schallfeldes über dem Faserabsorber bestimmt. Für die Messung wird eine Schallquelle mit kugelförmigem Abstrahlverhalten im Abstand  $z_0$  über dem Faserabsorber positioniert.

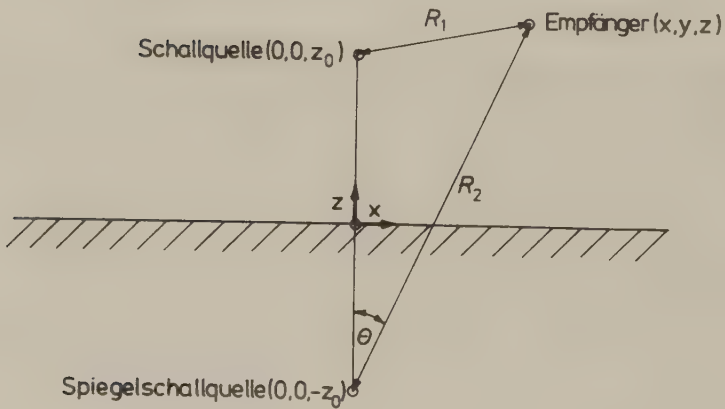


Abbildung 2.1:  
Festlegung der geometrischen Größen

Unter der Voraussetzung, daß sich Schallquelle und Empfänger bezüglich der Wand im Fernfeld befinden, ergibt sich der Schalldruck am Ort des Empfängers zu

$$p(R_1, R_2) = C_1 \left( \frac{1}{R_1} e^{-j\beta R_1} + R(\theta) \frac{1}{R_2} e^{-j\beta R_2} \right) \quad (2.3)$$

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2} \quad (2.4)$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2} \quad (2.5)$$

Dabei ist der winkelabhängige Reflexionsfaktor  $R(\theta)$  als zu bestimmende komplexe Größe angesetzt. Annahmen, etwa über lokal reagierende Eigenschaften, wurden nicht impliziert.  $C_1$  ist eine von der abgestrahlten Schalleistung abhängige Konstante.

Das Meßverfahren beruht auf der Messung von relativen Maxima und Minima des Schalldruckbetrages in Abhängigkeit vom Ort. Da  $R(\theta)$  eine komplexe Größe ist, wird zweckmäßigerweise folgendes vereinbart:

$$R(\theta) = |R| e^{j\alpha} \quad (2.6)$$

Ein relatives Minimum tritt auf, wenn die direkte Welle und die von der Wand reflektierte Welle gegeneinander um ungradzahlige Vielfache von  $\pi$  versetzt sind.

$$p(R_{1n}, R_{2n}) \stackrel{!}{=} \min \quad (2.7)$$

$$-\beta R_{1n} = -(2n+1)\pi + (\alpha - \beta R_{2n}) \quad (2.8)$$

$$\alpha_n = (2n+1)\pi + \beta(R_{2n} - R_{1n}) \quad (2.9)$$

Entsprechend gilt für ein relatives Maximum:

$$p(R_{1m}, R_{2m}) \stackrel{!}{=} \max$$

$$\alpha_m = 2m\pi + \beta(R_{2m} - R_{1m}) \quad (2.10)$$

Ist die Bedingung für ein Minimum entsprechend Gleichung 2.8 erfüllt, gilt für den Schalldruckbetrag am Ort des Minimums

$$|p_{\min}(R_{1n}, R_{2n})| = |C_1| \left( \frac{1}{R_{1n}} \cdot e^{-j\beta R_{1n}} + \frac{|R|}{R_{2n}} \cdot e^{-j\beta R_{2n}} \cdot e^{-j(2n+1)\pi} \right) \quad (2.11)$$

$$|p_{\min}(R_{1n}, R_{2n})| = |C_1| \cdot \left( \frac{1}{R_{1n}} - \frac{|R|}{R_{2n}} \right) \cdot |e^{-j\beta R_{1n}}| \quad (2.12)$$

Entsprechend gilt am Ort eines relativen Maximums

$$|p_{\max}(R_{1m}, R_{2m})| = |C_1| \left( \frac{1}{R_{1m}} \cdot e^{-j\beta R_{1m}} + \frac{|R|}{R_{2m}} \cdot e^{-j\beta R_{2m}} \cdot e^{-j2m\pi} \right) \quad (2.13)$$

$$|p_{\max}(R_{1m}, R_{2m})| = |C_1| \cdot \left( \frac{1}{R_{1m}} + \frac{|R|}{R_{2m}} \right) \cdot |e^{-j\beta R_{1m}}| \quad (2.14)$$

Betrachtet man jeweils zwei benachbarte Extremstellen, so erhält man

$$|e^{-j\beta(R_{1m} - R_{1n})}| = 1 \quad (2.15)$$

$$\frac{|p_{\max}(R_{1m}, R_{2m})|}{|p_{\min}(R_{1n}, R_{2n})|} = \frac{\frac{1}{R_{1m}} + \frac{|R|}{R_{2m}}}{\frac{1}{R_{1n}} - \frac{|R|}{R_{2n}}} \quad (2.16)$$

$$|R| = \frac{\frac{|p_{\max}(R_{1m}, R_{2m})|}{|p_{\min}(R_{1n}, R_{2n})|} \cdot \frac{1}{R_{1n}} - \frac{1}{R_{1m}}}{\frac{|p_{\max}(R_{1m}, R_{2m})|}{|p_{\min}(R_{1n}, R_{2n})|} \cdot \frac{1}{R_{2n}} + \frac{1}{R_{2m}}} \quad (2.17)$$



Für den Schalleinfallswinkel  $\theta$  gilt

$$\theta = \arctan \frac{x}{z+z_0} \quad (2.18)$$

Aus dem Ort eines relativen Minimums ( $x_n, y_n, z_n$ ), dem Ort eines benachbarten relativen Maximums ( $x_m, y_m, z_m$ ) sowie dem Verhältnis der Schalldruckbeträge an diesen Orten läßt sich mit Hilfe der Gleichungen 2.9, 2.10, 2.17 und 2.18 der Reflexionsfaktor in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta$  bestimmen.

Als Schallquelle mit kugelförmiger Abstrahlung wurde ein Hochtön-Druckkammerlautsprecher mit vorgesetzter Sonde verwendet. Die Mündungsöffnung der Sonde war klein gegenüber den Wellenlängen der eingesetzten Testsignale. Zur Abtastung des Schallfeldes und zur Ortsbestimmung der Schalldruck-Minima bzw. -Maxima wurde ein Miniatur-Elektret-Mikrofon eingesetzt. Das Mikrofon konnte über ein dünnes Rohr auf einer Linie senkrecht zur zu untersuchenden Wandoberfläche bewegt werden. Die Mikrofonbewegung erfolgte über einen Schrittmotorantrieb, so daß man nach Festlegung eines Nullpunktes die z-Komponente des Mikrofonortes über eine inkrementale Impulszählung bestimmen konnte.

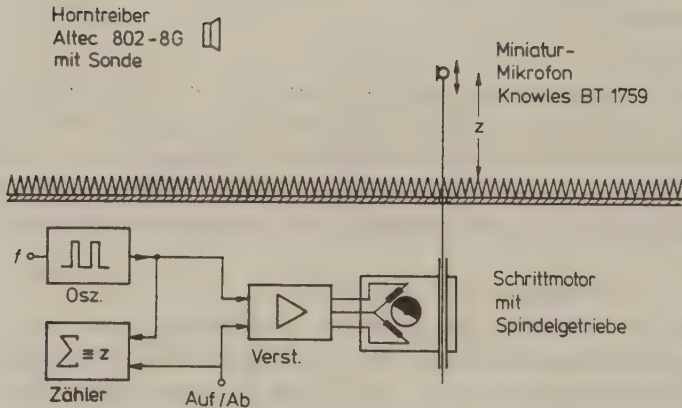


Abbildung 2.2 :

Meßaufbau zur Abtastung des Schallfeldes einer Kugelschallquelle vor einer Wand aus keilförmig strukturierten Faserabsorbern. Die Abtastung erfolgt entlang einer Linie senkrecht zur Wandoberfläche. Die z-Komponente des Mikrofonortes wird über Zählung der Schrittmotor-Impulse bestimmt.

Die Untersuchung wurde an einem Faserabsorber durchgeführt, der keilförmig strukturiert war. Abmessungen und Form der Keile sind in der Abbildung 2.4 ersichtlich. Aus den sehr kleinen Abmessungen der Keile ergibt sich, daß dieser Faserabsorber erst bei Frequenzen oberhalb von ca. 4 kHz als hochabsorbierend angesehen werden kann. Bei den verwendeten Keilen handelt es sich bezüglich der Form und der Abmessungen um eine Miniaturausführung von Absorberkeilen, wie sie üblicherweise für den Bau von reflexionsarmen Meßräumen eingesetzt werden. Diese Minikeile wurden

auf einer als schallhart zu betrachtenden Spanplatte von 19 mm Stärke montiert. Bei dem Mineralfasermaterial handelt es sich um handelsübliche Randstreifen für die Verlegung von schwimmenden Estrichen, Grünzweig + Hartmann und Glasfaser AG, Typ Isover 8 mm x 80 mm. Die Randstreifen wurden mit Hilfe einer Metallmatrix keilförmig gestanzt, so daß sich eine fortlaufende "Zahnplattenstruktur" ergab. Je zwei benachbarte Streifen wurden um ein halbes Modulmaß gegeneinander versetzt montiert. Eine zusammenhängende Fläche von  $8 \text{ m}^2$  der zuvor beschriebenen Anordnung wurde in einer Ecke des reflexionsarmen Raumes des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum aufgebaut. Aufgrund der relativ großen Probenfläche können Einflüsse vom Rand der Probe als vernachlässigbar betrachtet werden. Da außerdem das Absorptionsverhalten des reflexionsarmen Raumes bei den untersuchten Frequenzen deutlich höher ist als das der untersuchten Probe, können auch die Wandreflexionen des reflexionsarmen Raumes gegenüber den Reflexionen von der Probe vernachlässigt werden.

Da die verwendeten Minikeile keine Pyramidenstruktur oder eine zylindersymmetrische Struktur aufweisen, wurden die Messungen für zwei unterschiedliche Orientierungen der Minikeile durchgeführt. Bei der ersten Versuchsreihe lagen die Kanten an der Spitze der Keile in Richtung der Schallausbreitung. Bei der zweiten Versuchsreihe wurde die Orientierung der Keilkanten bezüglich der Schallausbreitungsrichtung um  $90^\circ$  gedreht.



Abbildung 2.3 :

Probenanordnung eines keilförmig strukturierten Faserabsorbers in Miniaturausführung; Abstand zwischen zwei Keilspitzen einer Reihe : 25 mm. In der Mitte ist das mit einem Schrittmotor aus der Probenebene herausfahrbare Miniatur-Elektret-Mikrofon erkennbar.

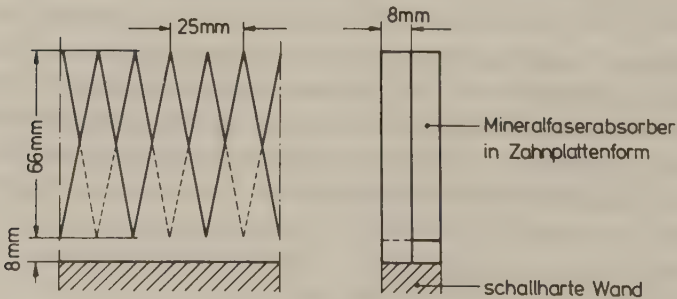


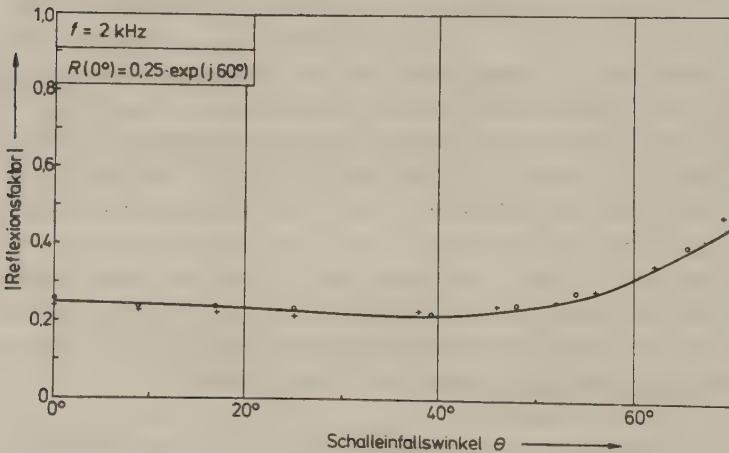
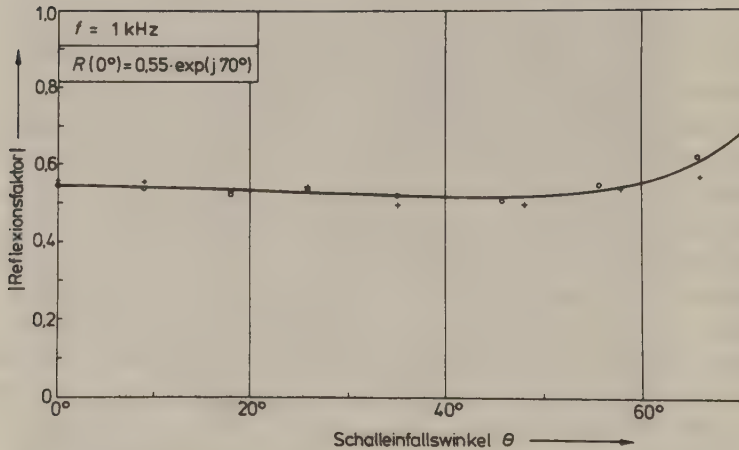
Abbildung 2.4 :

Keilförmig strukturierter Faserabsorber

## 2.3 Meßergebnisse

An der zuvor beschriebenen Probe eines keilförmig strukturierten Faserabsorbers wurden für zwei gegeneinander um  $90^\circ$  gedrehte Orientierungen der Absorbergeometrie Messungen durchgeführt. Die Messungen erfolgten mit sinusförmiger Anregung bei den Frequenzen 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz und 8 kHz. Um sicherzustellen, daß der Mikrofonort sich nicht im Nahfeld des Absorbers befindet, wurde jeweils das Paar benachbarter Maxima und Minima zur Auswertung herangezogen, welches am weitesten vom Absorber entfernt war, aber noch mit dem maximal möglichen Positionierabstand der Mikrofontransporteinrichtung abtastbar war. Werden Minima und Maxima in Nähe des Absorbers herangezogen, ergeben sich deutlich andere Werte gegenüber der Abtastung im Fernfeld. Dies wird leicht verständlich, wenn man bedenkt, daß das Feld im Nahbereich des Absorbers nicht mehr durch die Gleichung 2.3 beschrieben werden kann. Wie im Abschnitt 1.7 ausgeführt wurde, ist im Nahbereich eines Absorbers das Schallfeld dominant durch eine Randwelle bestimmt. Für die Auswertung der Schallfeldabtastung muß daher sichergestellt sein, daß die auszuwertenden Minima und Maxima im Fernfeld des Absorbers liegen. Bei sehr großen Einfallswinkeln in der Größenordnung von  $\theta = 80^\circ$  ist diese Bedingung aufgrund der begrenzenden Abmessung der untersuchten Probe nicht immer erfüllbar gewesen.

In den Abbildungen 2.5 bis 2.8 ist der Reflexionsfaktor  $R$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta$  aufgetragen. Aus der grafischen Darstellung ist ersichtlich, daß sich für die beiden untersuchten Orientierungen der Keilstruktur bezüglich der Ausbreitungsrichtung keine signifikanten Unterschiede ergeben. Die für den senkrechten Schalleinfall bei  $\theta = 0^\circ$  mit diesem Verfahren gemessenen Reflexionsfaktoren

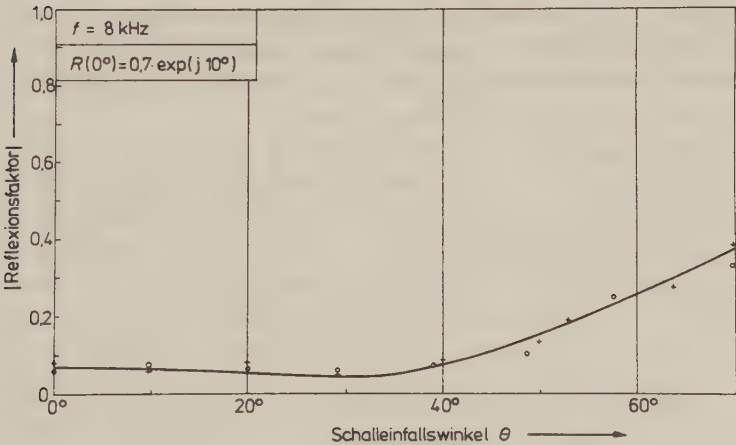
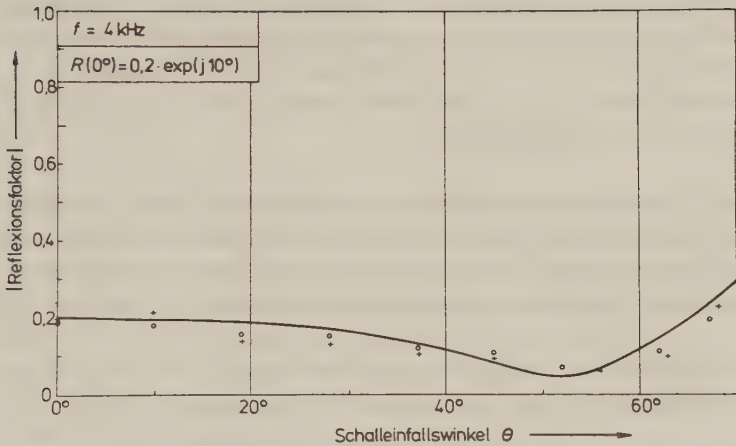


Abbildungen 2.5 und 2.6 :

Meßtechnisch bestimmter Reflexionsfaktor in  
 Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta$

- + Streifen parallel zur Meßrichtung Lautspr. - Mikrofon
- o Streifen  $90^\circ$  zur Meßrichtung Lautspr. - Mikrofon
- Theoretischer Verlauf für einen lokal reagierenden  
 Absorber,  $R(\theta) = (\cos\theta - \nu) / (\cos\theta + \nu)$

oben : Meßfrequenz  $f = 1 \text{ kHz}$   
 unten : Meßfrequenz  $f = 2 \text{ kHz}$



Abbildungen 2.7 und 2.8 :

Meßtechnisch bestimmter Reflexionsfaktor in  
Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta$

- + Streifen parallel zur Meßrichtung Lautspr. - Mikrofon
- $\circ$  Streifen  $90^\circ$  zur Meßrichtung Lautspr. - Mikrofon
- Theoretischer Verlauf für einen lokal reagierenden  
Absorber,  $R(\theta) = (\cos\theta - \nu) / (\cos\theta + \nu)$

oben : Meßfrequenz  $f = 4 \text{ kHz}$

unten : Meßfrequenz  $f = 8 \text{ kHz}$

stimmen sehr gut mit den an diesem Absorbertyp gemessenen Werten im Kundtschen Rohr überein. Zusätzlich zu den Meßwerten wurde der theoretisch zu erwartende Verlauf des Reflexionsfaktors für einen lokal reagierenden Absorber nach Gleichung 2.1 eingetragen.

- Der theoretische Verlauf des Reflexionsfaktors in Abhängigkeit vom Einfallswinkel stimmt in sehr hohem Maß mit den meßtechnisch ermittelten Werten überein. Aus den Ergebnissen lassen sich zwei Schlußfolgerungen ziehen:
- Der keilförmig strukturierte Faserabsorber verhält sich akustisch wie eine lokal reagierende Wand.
- Der aus fortlaufenden Streifen gestanzte Absorber - "Zahnplattenform" - weist trotz seiner nicht voll symmetrischen Anordnung bezüglich des Absorptionsverhaltens keine Vorzugsrichtung auf.



### 3. STATISTISCHE VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DES REFLEXIONSFAKTORS DER WANDAUSKLEIDUNGEN VON REFLEXIONSARMEN RÄUMEN

#### 3.1 Übersicht

Bis Anfang der sechziger Jahre beschränkten sich Messungen, die zur Beurteilung des Absorptionsverhaltens von reflexionsarmen Räumen herangezogen wurden, auf qualitative Betrachtungen des Schallpegelverlaufs in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen einer kugelförmig abstrahlenden Schallquelle und dem Mikrofonort. Quantitative Rückschlüsse auf den Reflexionsfaktor der Wandauskleidungen waren dabei nicht möglich. Meist wurden derartige Pegel-Abstandsverläufe dazu benutzt, für einige wenige festgelegte Meßorte eine erste Abschätzung für Freifeldkorrekturen zu erhalten.

Mit den Arbeiten von DIESTEL (DIESTEL, 1968) und KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1973; KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974, BRUCHMÜLLER 1977) wurden erst zwei Meßverfahren vorgeschlagen, mit denen aus Schalldruckmessungen im reflexionsarmen Raum Aussagen über den Reflexionsfaktor der Wandauskleidung gemacht wurden.

Beiden Verfahren sind folgende Eigenschaften gemeinsam:

- Über die Art der Feldverteilung in einem reflexionsarmen Raum werden spezielle Annahmen gemacht; einerseits die Annahme eines Schallfeldes mit Eigenschaften entsprechend der statistischen Raumakustik (DIESTEL), andererseits ein Schallfeld aus der Überlagerung der Felder der Originalschallquelle und von sechs "gewichteten" Spiegelschallquellen (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER).
- Von den geometrischen Angaben über Ort der Quelle und Mikrofonorte wird jeweils nur der Abstand Schallquelle - Mikrofon ausgewertet.

keitsverteilung abgeleitet, wobei der Abstand zwischen Schallquelle und Mikrofonort als unabhängige Variable auftritt.

Für die Bestimmung des Reflexionsfaktors der Wandauskleidung in einem reflexionsarmen Raum wurde dieser Zusammenhang von DIESTEL (DIESTEL, 1968) eingesetzt.

Bei gegebenen Abstand zwischen Schallquelle und Mikrofon läßt sich aus der Amplitudenhäufigkeitsverteilung für mehrere Meßorte ein Wert für den Reflexionsfaktor gewinnen.

$$R = \sqrt{1 + 16 r_0^2 \pi / k^2 S \gamma} \quad (3.1)$$

R Reflexionsfaktor, gemittelt über alle Schalleinfallswinkel (entsprechend der Hallraummethode)

$r_0$  Abstand zwischen Schallquelle und Mikrofon

k Hilfsgröße der Pegelverteilung

S Oberfläche des freien Raumvolumens

$\gamma$  Bündelungsgrad des Lautsprechers,  
bei einem Lautsprecher mit Kugelcharakteristik ist  
 $\gamma = 1$

Die Größe k ergibt sich aus der Näherungslösung für die Rayleigh-Verteilung. Von DIESTEL wurden Diagramme angegeben mit deren Hilfe die Größe k aus Kennwerten der meßtechnisch ermittelten Amplitudenhäufigkeitsverteilung bestimmt werden kann. Für die Anwendung der oben angegebenen Formel ist es notwendig, den Schalldruck für viele Lautsprecher-Mikrofonanordnungen bei konstantem Lautsprecher-Mikrofon-Abstand zu messen. Für den Fall, daß der Lautsprecher-Mikrofonabstand nicht konstant ist, müssen die Meßwerte in geeigneter Weise auf einen Lautsprecher-Mikrofonabstand  $r_0$  normiert werden. Für die weitere Auswertung wird die

Differenz  $D$  zwischen dem im Abstand  $r$  zum Lautsprecher gemessenen Pegel und dem theoretisch, entsprechend dem  $1/r$ -Gesetz zu erwartenden Pegel, bestimmt. Entsprechend der Annahme einer Rayleigh-Verteilung für die Amplitudenverteilung wächst die mittlere Pegelschwankung linear mit dem Abstand  $r$ .

Die im Abstand  $r$  ermittelten Pegeldifferenzen  $D$  werden daher wie folgt auf einen Bezugsabstand  $r_0$  reduziert:

$$D_0 = D(r_0/r) \quad (3.2)$$

Aus der Häufigkeitsverteilung der reduzierten Pegelabweichungen  $D_0$  wird die Standardabweichung  $s$  bestimmt.

Für den Fall, daß die Standardabweichung  $s$  der Pegeldifferenzen  $D$  kleiner als 1,2 dB ist, ergibt sich der mittlere Reflexionsfaktor für die Wandauskleidung zu

$$R = s \sqrt{S} \sqrt{\gamma} (24 \sqrt{\pi} r_0)^{-1} \quad (3.3)$$

- ° Die Auswertung der an einer endlichen Anzahl von Meß-  
orten gewonnenen Meßwerte erfolgt über statistische  
Methoden.

### 3.2.1 Bestimmung des Reflexionsfaktors bei Annahme einer statistischen Rayleigh-Verteilung der Schalldruckamplituden

Voraussetzung für ein von DIESTEL (DIESTEL 1968) vorgeschlagenes Meßverfahren ist die Feldverteilung in einem reflexionsarmen Raum, die einer Betrachtungsweise entsprechend den Grundlagen der statistischen Raumakustik entspringt. Folgende Voraussetzungen wurden dabei gemacht (DIESTEL, 1962; DIESTEL, 1963; DIESTEL, 1968):

- Die Zahl der angenommenen Spiegelquellen muß genügend groß sein.
- Die Amplituden der einzelnen Schalldrücke, die von den Spiegelquellen erzeugt werden, müssen klein gegen die Amplitude des resultierenden Schalldruckes sein.
- Die Phasen der einzelnen von den Spiegelschallquellen erzeugten Schalldrücke müssen statistisch gleich verteilt sein.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die Schalldrücke der reflektierten Wellen eine Normalverteilung vom Rayleigh-Typ. Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Amplitude im Bereich  $p + dp$  des Gesamtschalldruckes wurde von Diestel eine Gleichung angegeben, die als Variable das Verhältnis  $k^2$  zwischen der Energiedichte des Direktschalls und der Energiedichte der reflektierten Schallanteile enthält. Andererseits wurde dieses Verhältnis über die aus der statistischen Raumakustik bekannte Leistungsbilanz über abgestrahlte Schallleistung und von den Begrenzungsflächen absorbierte Schalleistung bestimmt. Unter den oben angeführten Annahmen wurde mit den Methoden der statistischen Raumakustik ein Zusammenhang zwischen dem Absorptionsverhalten der Begrenzungsflächen und der zu erwartenden Amplitudenhäufig-

### 3.2.2 Bestimmung der Standardabweichung der Amplitudenhäufigkeitsverteilung bei veränderlichem Lautsprecher-Mikrofonabstand

Für die Bestimmung der Standardabweichung der reduzierten Pegelabweichungen wird im folgenden eine Rechenvorschrift abgeleitet, die über den Vorschlag von DIESTEL hinausgeht. Einerseits stellt diese Rechenvorschrift eine weitergehende Präzisierung dar, andererseits werden zwei notwendige Hilfsgrößen bestimmt, über die DIESTEL keine Angaben macht.

Für ideale Freifeldbedingungen, das heißt für den Fall, daß keine von den Begrenzungsflächen reflektierten Schallanteile auftreten, ist die Abhängigkeit zwischen dem Schalldruck  $p_t(r)$  und dem Abstand  $r$  zwischen dem Ort der Kugelschallquelle und dem betrachteten Feldpunkt bis auf einen konstanten Faktor eindeutig gegeben.

$$p_t(r) = \frac{\text{const}}{r} \quad (3.4)$$

$r$  = Abstand zwischen Ort der Schallquelle und Mikrofonort.

Daraus ergibt sich eine Abnahme des Schalldruckpegels  $L_t(r)$  in Abhängigkeit von der Entfernung

$$L_t(r) = 20 \lg \frac{p_t(r)}{p_0}$$

$$L_t(r) = 20 \lg \frac{p_t(r_0)}{p_0} \frac{r_0}{r}$$

$$L_t(r) = L_0 + 20 \lg \frac{r_0}{r} \quad (3.5)$$

$r_0$  beliebig wählbarer Bezugsabstand

$L_0$  Pegel am Ort des Bezugsabstandes

Da die von der Schallquelle abgestrahlte Schallenergie in der Regel unbekannt ist, wird der Bezugspegel  $L_0$  so bestimmt, daß die mittlere quadratische Abweichung  $Q$  der theoretischen Pegelabnahme von der gemessenen Pegelabnahme minimal wird. Die Pegeldifferenz  $D(r)$  zwischen dem theoretisch zu erwartenden Pegel  $L_t(r)$  für den idealen Freifeldfall und dem gemessenen Pegel  $L(r)$  ergibt sich zu

$$D(r) = L(r) - L_t(r)$$

$$D(r) = L(r) - L_0 + 20 \lg \frac{r}{r_0} \quad (3.6)$$

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i^2(r_i) \quad (3.7)$$

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (L_i(r_i) - L_0 + 20 \lg \frac{r_i}{r_0})^2 \quad (3.8)$$

$Q$  soll minimal werden

$$\frac{dQ}{dL_0} = -\frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (L_i(r_i) - L_0 + 20 \lg \frac{r_i}{r_0}) \quad (3.9)$$

$$\frac{dQ}{dL_0} = 2 \cdot L_0 - \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (L_i(r_i) + 20 \lg \frac{r_i}{r_0}) \quad (3.10)$$

$$\frac{dQ}{dL_0} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.11)$$

daraus ergibt sich der Pegel  $L_0$  zu

$$L_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(r_i) + \frac{20}{N} \sum_{i=1}^N \lg \frac{r_i}{r_0} \quad (3.12)$$

$N$  = Anzahl der berücksichtigten Meßwerte.

Wenn außerdem noch das akustische Zentrum der Schallquelle nicht mit dem Mittelpunkt des Lautsprechers identisch ist, muß man die Abstände  $r$  in der theoretischen Pegelabnahme noch um einen Betrag  $dr$  korrigieren.

$$L_t(r) = L_0 - 20 \lg \frac{r+dr}{r_0} \quad (3.13)$$

$$D(r) = L(r) - L_0 + 20 \lg \frac{r+dr}{r_0} \quad (3.14)$$

$$L_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(r_i) + \frac{20}{N} \sum_{i=1}^N \lg \frac{r_i + dr}{r_0} \quad (3.15)$$

$$L_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(r_i) + \frac{20}{N} \sum_{i=1}^N \lg \frac{r_i}{r_0} + \frac{20}{N} \sum_{i=1}^N \lg \left(1 + \frac{dr}{r_i}\right) \quad (3.16)$$

Die Normierung der Pegeldifferenzen  $D_i(r_i)$  auf den Bezugsabstand  $r_0$  ergibt

$$D_{0i}(r_i) = D_i(r_i) \frac{r_0}{r_i} \quad (3.17)$$

Daraus ergibt sich die Standardabweichung  $s$



$$s = \frac{1}{N-1} \sqrt{\sum_{i=1}^N (D_{0i} \cdot (r_i) - \overline{D_0})^2} \quad (3.18)$$

Beim Einsatz dieses Meßverfahrens wurden in der Vergangenheit von einigen Anwendern Fehler bei der Bestimmung der Standardabweichung gemacht. Der von der abgestrahlten Schalleistung abhängige Amplitudenfaktor für den theoretisch zu erwartenden Pegelverlauf wurde dabei nicht richtig bestimmt. Teilweise erfolgte eine Anpassung des theoretisch zu erwartenden Verlaufs derart, daß der Mittelwert der bezogenen Pegeldifferenzen  $D_0$  durch die Normierung zu null gemacht wurde. Wie die Ergebnisse der durchgeführten Messungen gezeigt haben, ist aber insbesondere bei niedrigen Frequenzen in der Regel  $\overline{D_0} \neq 0$ .

### 3.2.3 Meßaufbau

Zur meßtechnischen Bestimmung der Schalldruckpegelabhängigkeit vom Abstand  $r$  werden in dem zu untersuchenden reflexionsarmen Raum mehrere Meßbahnen in Form von Geraden so gelegt, daß die Geraden durch das akustische Zentrum der Schallquelle verlaufen. Die Lautsprecherstandorte werden so gewählt, daß für die "untere Grenzfrequenz" die Wandabstände von  $\lambda/4$  nicht unterschritten werden. Ebenso sollte kein Punkt der Meßbahn näher als  $\lambda/4$  zu einer Begrenzungsfläche liegen. Bei inkrementaler Wegstreckenmessung längs der Meßbahn muß der Anfangspunkt der Bahn gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt vermessen werden.

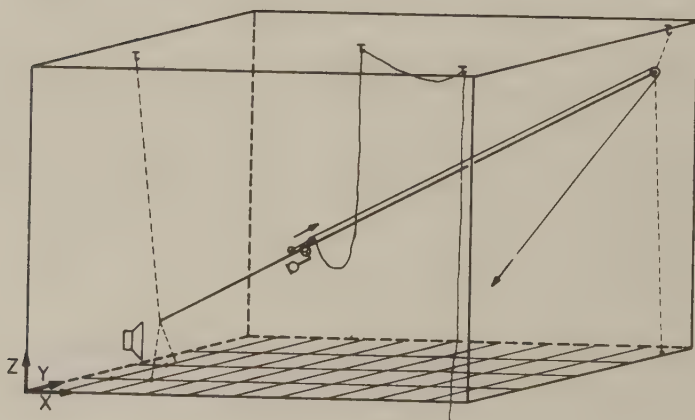


Abbildung 3.1:

Meßaufbau zur Bestimmung des Schalldruckpegels in einem reflexionsarmen Raum in Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand

Zum Transport des Meßmikrofons entlang der Meßbahn wurde ein Mikrofonwagen eingesetzt, der auf einer stark vorgespannten Nylon-Schnur ( $\varnothing$  2,5 mm) lief. Durch die Wahl einer dünnen Schnur als Transportbahn und durch die kleinen Abmessungen des Mikrofonwagens wurde gewährleistet, daß durch die Meßanordnung keine zusätzlichen Störungen des Schallfeldes auftraten. Durch einen Achsversatz des Laufrades für die Wegstreckenmessung gegenüber den übrigen Laufrädern wurde ein erhöhter Anpreßdruck des Tragseiles an das Meßrad und damit eine Schlupffreiheit zwischen Meßrad und Tragseil erreicht. Die Erfassung der auf der Meßbahn zurückgelegten Strecke erfolgt unmittelbar am Mikrofonwagen über das Meßrad und wird nach optischer Abtastung an eine elektronische Zähleinrichtung übermittelt. Der Mikrofon-Lautsprecherabstand konnte mit Hilfe der Wegstreckenmeßeinrichtung mit einer Genauigkeit von  $\pm 1,8$  mm bestimmt werden.

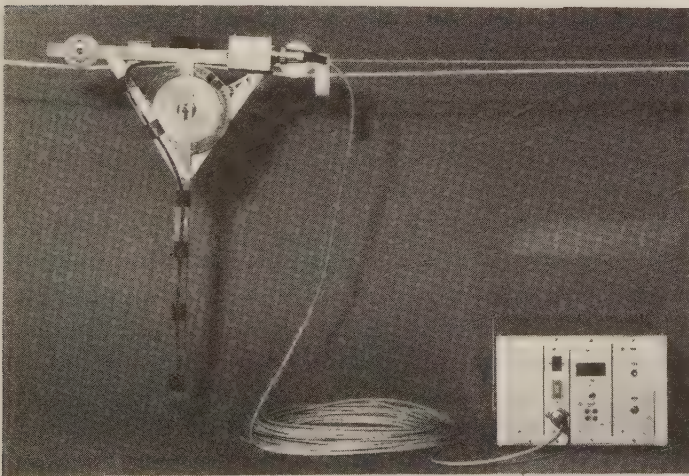


Abbildung 3.2:

Mikrofonwagen zum Transport des Miniatur-Elektret-Mikrofons entlang einer Geraden. Der Mikrofonwagen läuft auf einer stark vorgespannten Nylonschnur. Die zurückgelegte Wegstrecke wird über das mittlere große Laufrad optisch abgetastet.

Die oft angewandte Bestimmung des Mikrofonortes über das Zugseil, mit dem der Mikrofonwagen bewegt wird, außerhalb des reflexionsarmen Raumes, ist in der Regel wegen der zu großen Meßungenauigkeit weniger geeignet.

Als Mikrofon wurde aus Gewichtsgründen ein Miniatur-Elektret-Mikrofon mit Kugelcharakteristik eingesetzt. Als Schallquelle wurde ein Rundstrahlh Lautsprecher in Form eines Dodekaeders verwendet.

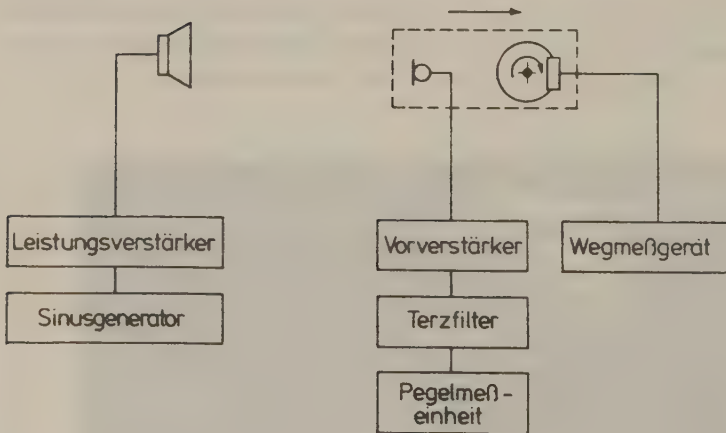


Abbildung 3.3:  
Meßeinrichtung zur Erfassung des Schalldruckpegels in  
Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand

### 3.2.4 Meßergebnisse

Die Messungen wurden in einem reflexionsarmen Raum des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt. Der quaderförmige Raum hat die lichten Abmessungen 5,32 m x 5,16 m x 4,91 m und ein Volumen von 121 m<sup>3</sup>. Die reflexionsarme Wandauskleidung aller sechs Begrenzungsflächen bestand aus Mineralfasermaterial in Zahnplattenform. Bei dem Mineralfasermaterial handelt es sich um Fassadendämmplatten vom Typ G + H Isover SPF 2. Die Abmessungen der Platten sowie die Art der Montage sind aus den Abbildungen 3.4 und 3.5 ersichtlich.

Für eine Vielzahl von Meßbahnen wurden die Schalldruckpegel in Abhängigkeit vom Abstand zur Schallquelle erfaßt. Die Anregung des Lautsprechers erfolgte jeweils sinusförmig. Da es sich bei dem eingesetzten Lautsprecher um einen Rundstrahl-lautsprecher in Dodekaederform handelte, dessen Richtcharakteristik bis zu einer Frequenz von 800 Hz sehr gut mit einer Kugel übereinstimmt, konnte man davon ausgehen, daß der Ort des akustischen Zentrums des Lautsprechers mit dem Lautsprechermittelpunkt identisch ist.

In den Abbildungen 3.6 bis 3.9 sind einige typische Schalldruckpegelverläufe in Abhängigkeit von der Entfernung zum Lautsprecher wiedergegeben. Zusätzlich sind in den Abbildungen die jeweils zu erwartenden theoretischen Schalldruckpegelverläufe eingezeichnet, die man unter idealen Freifeldbedingungen erhalten würde. Insbesondere bei tiefen Frequenzen bis zu 100 Hz weichen die gemessenen Schalldruckverläufe sehr deutlich von den theoretisch zu erwartenden Verläufen ab. Zu höheren Frequenzen werden die Abweichungen zwischen Meßwerten und theoretisch zu erwartenden Werten immer geringer.

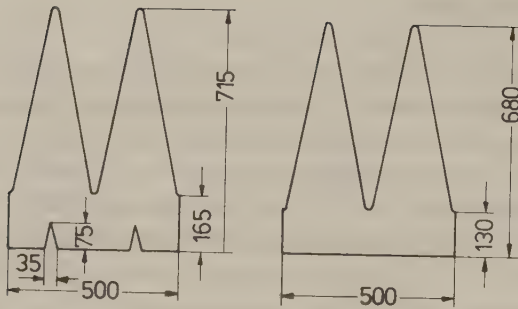


Abbildung 3.4:

Abmessungen der für die reflexionsarme Wandauskleidung eingesetzten beiden Mineralfaserplattentypen Isover SPF 2 in Zahnplattenform

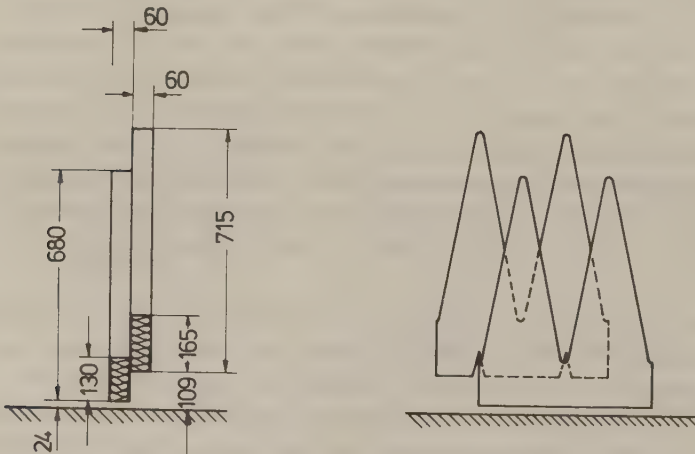


Abbildung 3.5:

Montage der Zahnplatten als reflexionsarme Wandauskleidung

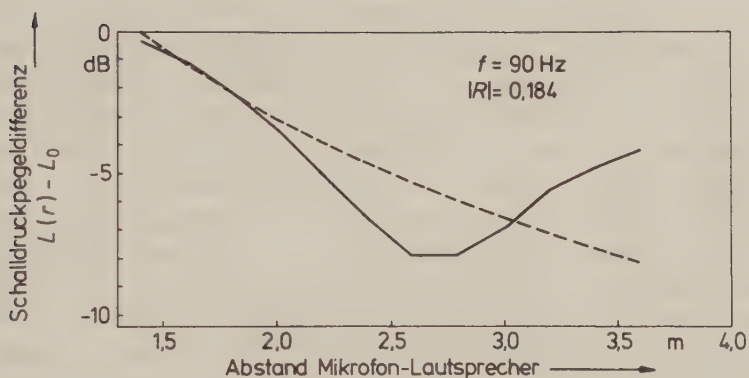


Abbildung 3.6:

Schalldruckpegelabnahme in Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand in einem reflexionsarmen Raum

— gemessener Verlauf

--- theoretischer Verlauf für ideale Freifeldbedingungen

Meßfrequenz  $f = 90 \text{ Hz}$

Betrag des Reflexionsfaktors  $|R| = 0,184$

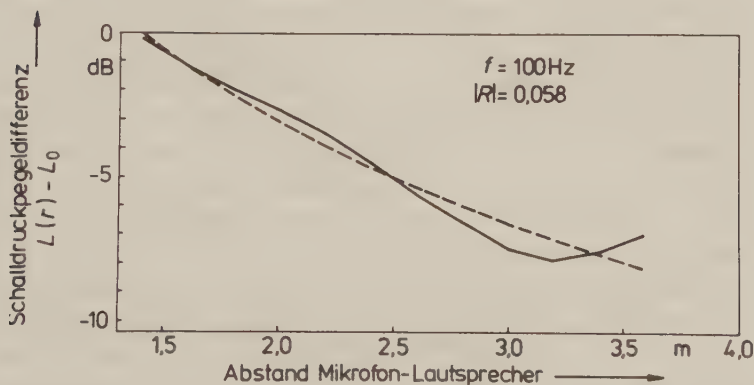


Abbildung 3.7:

Schalldruckpegelabnahme in Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand in einem reflexionsarmen Raum

— gemessener Verlauf

--- theoretischer Verlauf für ideale Freifeldbedingungen

Meßfrequenz  $f = 100 \text{ Hz}$

Betrag des Reflexionsfaktors  $|R| = 0,058$



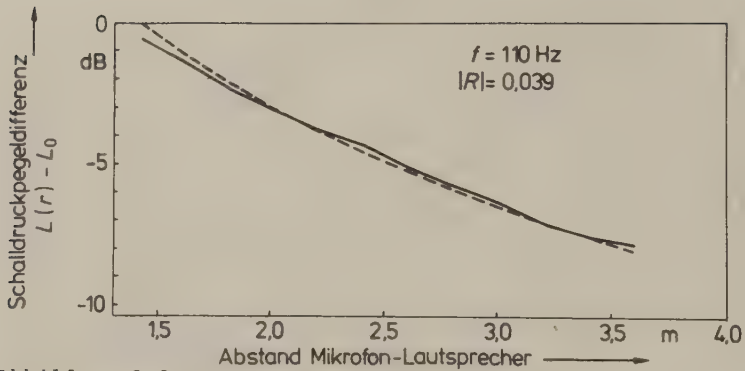


Abbildung 3.8:

Schalldruckpegelabnahme in Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand in einem reflexionsarmen Raum

— gemessener Verlauf

--- theoretischer Verlauf für ideale Freifeldbedingungen

Meßfrequenz  $f = 110 \text{ Hz}$

Betrag des Reflexionsfaktors  $|R| = 0,039$

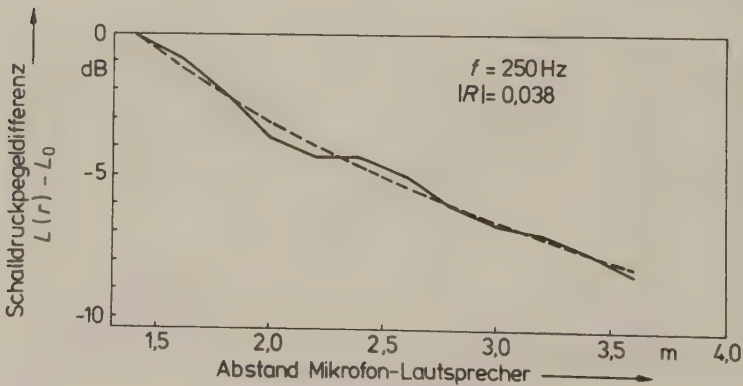


Abbildung 3.9:

Schalldruckpegelabnahme in Abhängigkeit vom Mikrofon-Lautsprecherabstand in einem reflexionsarmen Raum

— gemessener Verlauf

--- theoretischer Verlauf für ideale Freifeldbedingungen

Meßfrequenz  $f = 250 \text{ Hz}$

Betrag des Reflexionsfaktors  $|R| = 0,038$



Aus den Schalldruckpegelverläufen wurden nach dem zuvor beschriebenen Verfahren mit Hilfe eines Rechenprogrammes der Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmt. Es hat sich dabei gezeigt, daß die aus einer Vielzahl von Meßbahnen gewonnenen Werte für den Reflexionsfaktor bei jeweils ein und derselben Frequenz durchaus unterschiedlich waren. Je nach Wahl der Meßbahn ergaben sich sowohl unterschiedliche Werte für die Lage der Mikrofonorte im Raum als auch für die für die Auswertung nutzbare Länge der Meßbahn. Ein direkter Zusammenhang zwischen Lage und Länge der Bahn einerseits und dem rechnerisch für die jeweilige Bahn bestimmten Reflexionsfaktor andererseits läßt sich nicht finden.

Zur Veranschaulichung dieses Sachverhaltes sind in der Abbildung 3.10 die Ergebnisse der Auswertung von vier Meßbahnen wiedergegeben. Die Mittelwerte der Auswertungen von insgesamt zehn Meßbahnen sind in Abbildung 3.11 dargestellt.

Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors ist es also sicherlich erforderlich, die Auswertung für eine Vielzahl von Meßbahnen durchzuführen. Da die Ergebnisse aus den einzelnen Meßbahnen im statistischen Sinne nicht als statistisch unabhängige Ergebnisse gedeutet werden können, ist es auch nicht möglich, bei Vorgabe eines angestrebten Vertrauensbereiches mit den üblichen Methoden der Statistik eine Aussage über die Anzahl der benötigten Meßbahnen zu machen. Unabhängig von der Anzahl der Bahnen müßte die Festlegung der geometrischen Daten der Meßbahnen so erfolgen, daß die Einzelergebnisse als statistisch unabhängig gedeutet werden könnten.

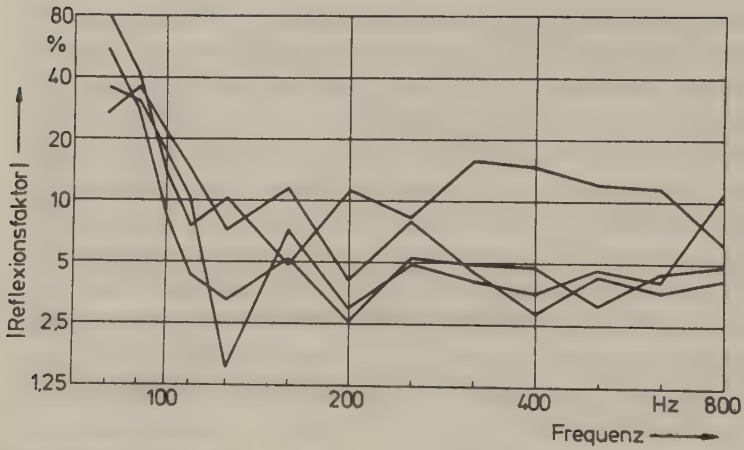


Abbildung 3.10 :

Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz  
berechnet für vier Meßbahnen

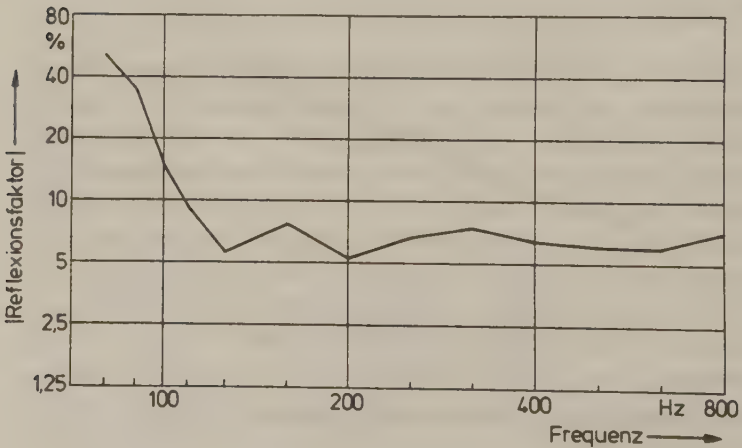


Abbildung 3.11 :

Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz  
gemittelt über zehn Meßbahnen

### 3.2.5 Das akustische Zentrum der Schallquelle

Wie aus der zuvor wiedergegebenen Beschreibung des rechnerischen Auswertverfahrens hervorgeht, ist die Kenntnis über den Ort des akustischen Zentrums der verwendeten Schallquelle eine unverzichtbare Voraussetzung.

In der Regel kann eine Angabe über den Ort des akustischen Zentrums nur bei einigen wenigen Schallquellen erfolgen, zum Beispiel bei Dodekaedern oder bei Quellen, bei denen der Schall allein über ein am Ende offenes Röhrchen abgestrahlt wird, wobei die Abmessung der Öffnung klein gegen die Wellenlänge ist. Bei anderen als diesen Lautsprechern, zum Beispiel Lautsprechern mit einer Kolbenmembran, die in ein allseits geschlossenes Gehäuse eingebaut sind, ist es erforderlich, den Ort des akustischen Zentrums zu bestimmen. Es liegt daher der Gedanke nahe, den Ort des akustischen Zentrums auch aus der Schalldruckpegelabnahme in Abhängigkeit vom Lautsprecherabstand zu berechnen.

Von HOFFMANN (HOFFMANN 1980) wurde ein Verfahren vorgeschlagen, welches bei Aufzeichnung des Schalldruckpegels über dem Ort auf elektronischem Weg entsprechend dem idealen Freifeldverlauf einen  $1/r$ -Ausgleich durchführt. Ausserdem soll sich aus der Steigung der elektronisch korrigierten Kurve eine Angabe über die Lage des akustischen Zentrums machen lassen. Es wurde jedoch vom Verfasser eingeräumt, daß diese Bestimmung eines akustischen Zentrums recht zweifelhaft ist, und daß insbesondere bei der Berücksichtigung einer festgestellten Verschiebung des akustischen Zentrums bei der Bestimmung des Reflexionsfaktors Vorsicht angebracht ist.

Da jedoch eine mögliche Verschiebung des akustischen Zentrums gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt für die

Auswertung der Meßreihen und die Bestimmung des Reflexionsfaktors von bedeutsamen Einfluß ist, wurden diesbezüglich folgende Untersuchungen angestellt. Für die Messungen wurde wie bisher ein Rundstrahlh Lautsprecher in Dodekaederform eingesetzt, bei dem man aufgrund der meßtechnisch ermittelten Richtcharakteristik den Ort des akustischen Zentrums mit dem Lautsprechermittelpunkt gleichsetzen kann.

Für eine weitere Auswertung wurde jedoch angenommen, daß eine Verschiebung des akustischen Zentrums gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt möglich sei. Bei der Berechnung des theoretischen Pegelverlaufs für den idealen Freifeldfall ist es erforderlich, den Bezugspegel  $L_0$  und die Verschiebung des akustischen Zentrums  $d_r$  zu bestimmen. Für die Größe  $L_0$  läßt sich bei Kenntnis der Größe  $d_r$  ein algebraischer Ausdruck finden. Die Größe  $d_r$  dagegen kann nur durch ein iteratives Suchverfahren bestimmt werden. Geht man von der Annahme aus, daß eine Verschiebung des akustischen Zentrums gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt vorliegt, so lassen sich zwei theoretische Bezugskurven für den idealen Freifeldfall bestimmen. Die eine Bezugskurve berücksichtigt nur die Abstände zwischen Lautsprechermittelpunkt und dem betrachteten Mikrofonort; die zweite Bezugskurve berücksichtigt den Abstand zum tatsächlichen akustischen Zentrum. Es ist dann offensichtlich, daß für den Fall einer tatsächlichen Verschiebung zwischen dem akustischen Zentrum und dem Lautsprechermittelpunkt, die zweite Bezugskurve der meßtechnisch ermittelten Schalldruckpegelabnahme ähnlicher ist als die erste Bezugskurve. Da die Abweichungen zwischen Bezugskurve und meßtechnisch ermittelter Schalldruckpegelabnahme aber quasi-linear mit dem zu berechnenden Reflexionsfaktor verknüpft sind, erhält man bei Wahl der zweiten Bezugskurve einen geringeren Reflexionsfaktor.

Führt man dieses Gedankenexperiment weiter, so braucht man die Verschiebung des akustischen Zentrums nur soweit zu führen, bis man für den Reflexionsfaktor ein Minimum erhält, und hat dann einen Ort des akustischen Zentrums gefunden, für den die theoretische Bezugskurve für den idealen Freifeldfall eine maximale Ähnlichkeit zum meßtechnisch ermittelten Schalldruckpegelverlauf aufweist.

Bei Einsatz eines Rundstrahlhallsprechers in Dodekaederform müßte sich daher für eine Verschiebung des akustischen Zentrums von  $dr = 0$  jeweils ein Minimum des Reflexionsfaktors in Abhängigkeit von der Verschiebung  $dr$  des akustischen Zentrums ergeben.

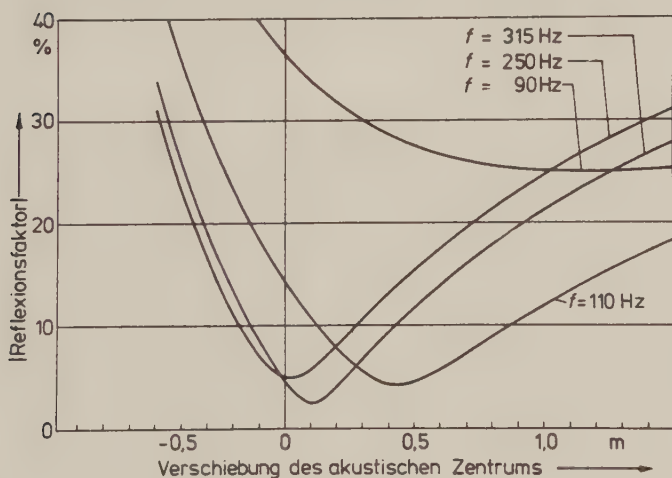


Abbildung 3.12:

Aus meßtechnisch ermittelten Schalldruckpegelabnahmen berechnete Reflexionsfaktoren für die Annahme, daß das akustische Zentrum der Schallquelle gegenüber dem Lautsprecherhmittelpunkt verschoben ist.

Wie aus der Abbildung 3.12 ersichtlich ist, ist dies aber bis auf wenige Ausnahmen nicht der Fall. Bei einigen Fällen, insbesondere bei Frequenzen unterhalb von 100 Hz bildet sich überhaupt kein deutliches Minimum aus. Eine Bestimmung des akustischen Zentrums aus der meßtechnisch ermittelten Schalldruckpegelabnahme ist also offensichtlich nicht möglich.

Um die Ursachen dieses Phänomens näher zu ergründen, wurde die Verschiebung des akustischen Zentrums, die sich aus der Analyse der Meßwerte ergibt, in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen (Abbildung 3.13). Parallel wurden dazu in der Abbildung 3.14 der Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen, und zwar jeweils ohne Berücksichtigung und mit Berücksichtigung des akustischen Zentrums.

Es zeigt sich, wie man aus dem zuvor durchgeführten Gedankenexperiment auch schon qualitativ sehen kann, daß die Berücksichtigung des akustischen Zentrums niedrigere Werte für den Reflexionsfaktor ergibt als ohne Berücksichtigung des akustischen Zentrums. Andererseits erkennt man aus den grafischen Darstellungen der Lage des akustischen Zentrums und des Reflexionsfaktors - jeweils in Abhängigkeit von der Frequenz - eine starke Korrelation zwischen Lage des akustischen Zentrums und dem Reflexionsfaktor ohne Berücksichtigung des akustischen Zentrums.

Da durch den Einsatz des Rundstrahl-lautsprechers in Dodekaederform aber sichergestellt war, daß das akustische Zentrum der Schallquelle im Mittelpunkt des Lautsprechers lag, hat die rechnerisch bestimmbare Verschiebung des akustischen Zentrums ihre Ursache in den Eigenschaften des Schallfeldes, das sich aus den nicht vollständig absor-

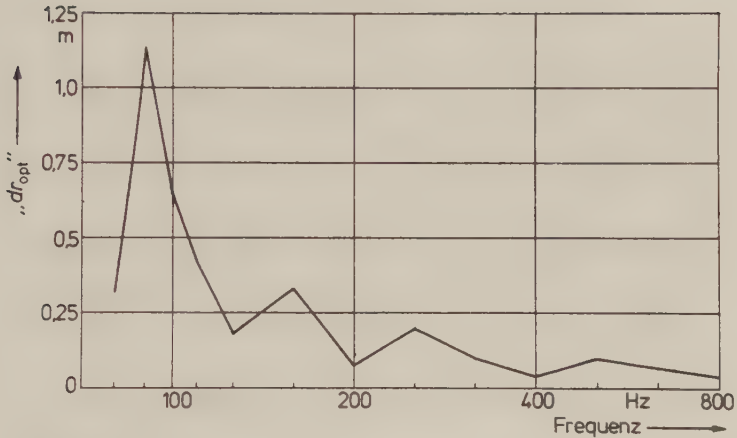


Abbildung 3.13

Rechnerisch bestimmbare Verschiebung des akustischen Zentrums gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Berechnung erfolgte für eine Meßbahn.

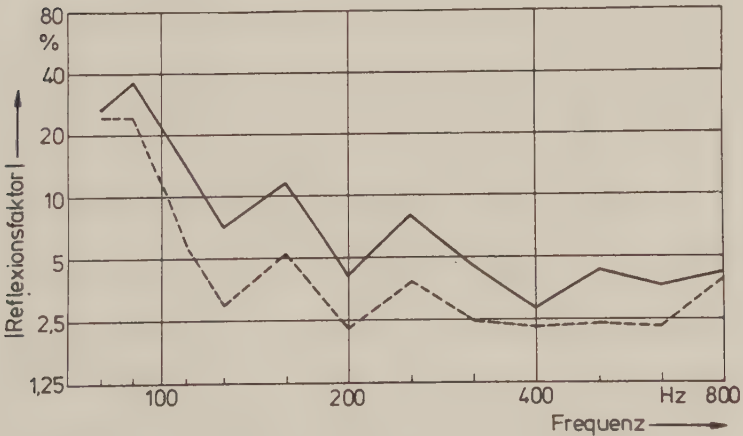


Abbildung 3.14

Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz

- Lautsprechermittelpunkt gleich akustisches Zentrum
- akustisches Zentrum entsprechend den Werten in Abbildung 3.13 gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt verschoben



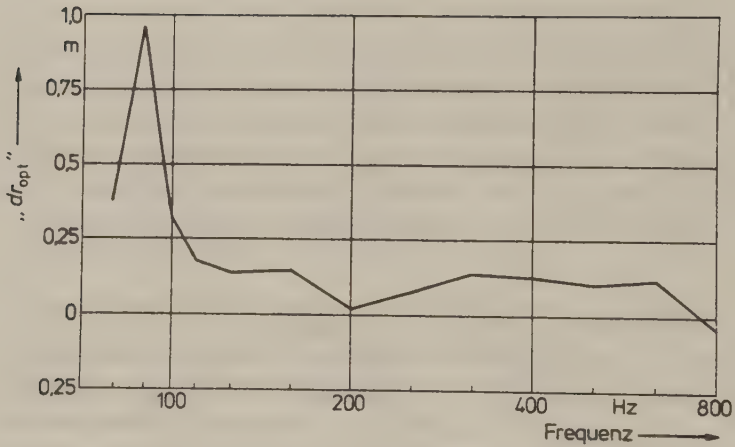


Abbildung 3.15 :

Rechnerisch bestimmbare Verschiebung des akustischen Zentrums gegenüber dem Lautsprechermittelpunkt in Abhängigkeit von der Frequenz ;  
gemittelt über die Werte aus vier Meßbahnen

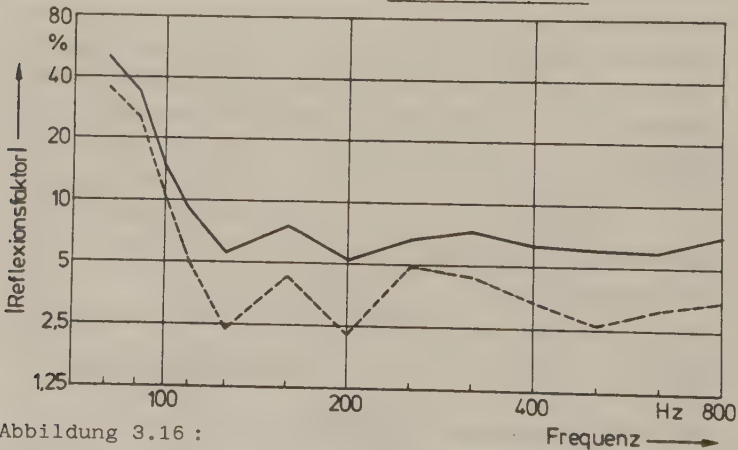


Abbildung 3.16 :

Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz  
— Lautsprechermittelpunkt gleich akustisches Zentrum  
--- Die rechnerisch bestimmbare Verschiebung des akustischen Zentrums wurde bei der Auswertung berücksichtigt ;  
gemittelt über die Meßwerte aus vier Meßbahnen



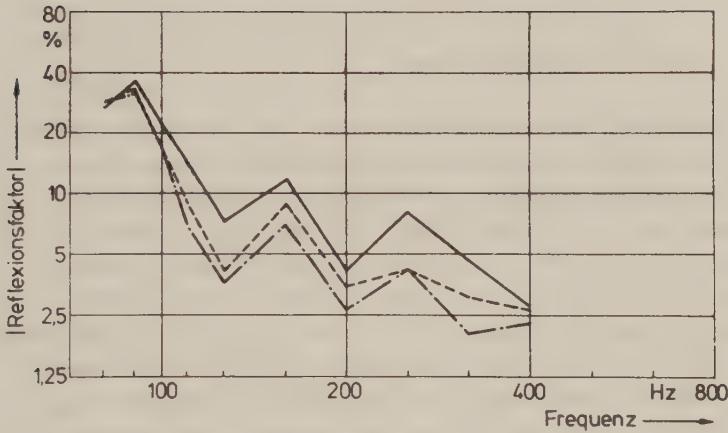
bierenden Begrenzungsflächen des Raumes ergibt. Wird diese rechnerische Verschiebung des akustischen Zentrums bei der Bestimmung des Reflexionsfaktors berücksichtigt, so wird eine Korrektur eingefügt, deren Größe wiederum von der eigentlich zu bestimmenden Größe abhängig ist. Dies wäre eine sicherlich unsinnige Maßnahme, die zu falschen Ergebnissen führt. Da man also bei einer Schallquelle aus der Schalldruckpegelabnahme nicht auf den Ort des akustischen Zentrums schließen kann, ist es für eine sinnvolle Anwendung des Meßverfahrens unbedingt erforderlich, eine Schallquelle zu verwenden, bei der die Lage des akustischen Zentrums bekannt ist.

Andererseits ergibt sich aus dieser Forderung, daß die Lage der Meßpunkte auf der Meßbahn nicht nur relativ zueinander, sondern auch absolut zum akustischen Zentrum der Schallquelle bestimmt werden muß.

### 3.2.6 Auswahl der Meßpunkte auf der Meßbahn

Neben der Lage der Meßbahn bestehen auch Freiheiten bezüglich der Wahl von Anfangs- und Endpunkt der zu berücksichtigenden Meßorteschar auf einer Meßbahn. Die Einflüsse der Meßortauswahl wurden daher näher untersucht. Die Schar der Meßorte von jeweils einer Meßbahn wurde dazu für die Berechnung des Reflexionsfaktors jeweils um einen oder mehrere Meßorte beschnitten. Die Verminderung von berücksichtigten Meßorten wurde dabei auf dem lautsprechnahen Teil der Meßbahn, auf dem lautsprecherabgewandten Teil der Meßbahn sowie auch an beiden Enden der Meßbahn durchgeführt. Die durchgeführten Berechnungen haben gezeigt, daß die Bestimmung des Reflexionsfaktors außerordentlich empfindlich auf derartige Beschneidungen der Meßorteschar reagiert.

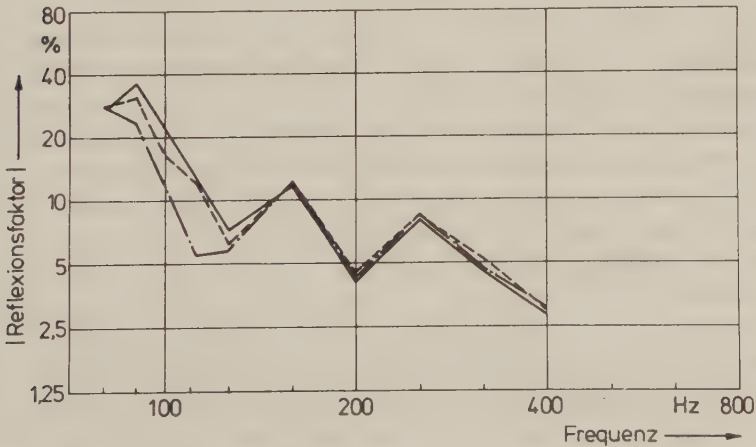
In der folgenden Abbildung sind für eine Meßbahn von insgesamt 18 Meßpunkten Auswertungen für die volle Bahnlänge sowie unter Weglassung der ersten zwei bzw. der ersten vier lautsprechnahen Meßpunkte wiedergegeben. Insbesondere bei mittleren und hohen Frequenzen liefert die Auswertung bei Weglassung von lautsprechnahen Meßpunkten deutlich geringere Reflexionsfaktoren. Aus der darauf folgenden Abbildung wird ersichtlich, daß eine Beschneidung der Meßbahn im Bereich der lautsprecherfernen Meßpunkte lediglich bei tiefen Frequenzen zu niedrigeren Reflexionsfaktoren bei der Auswertung führt.



Abbildungung 3.17:

Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz

- Auswertung über die volle Bahnlänge mit 18 Meßpunkten
- Auswertung unter Weglassung von zwei lautsprechernahen Meßpunkten
- .- Auswertung unter Weglassung von vier lautsprechernahen Meßpunkten



Abbildungung 3.18:

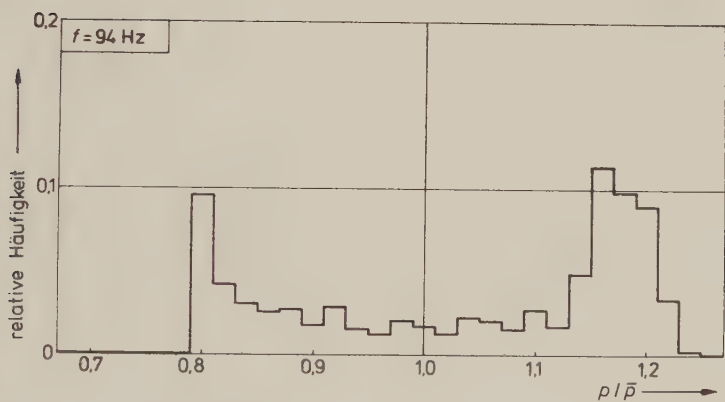
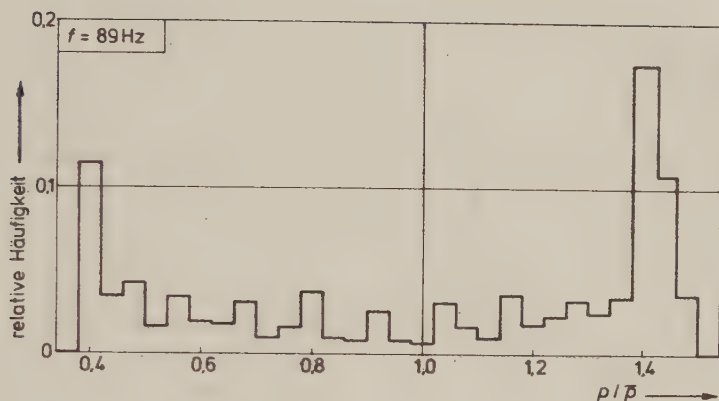
Reflexionsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz

- Auswertung über die volle Bahnlänge mit 18 Meßpunkten
- Auswertung unter Weglassung von zwei lautsprecherfernen Meßpunkten
- .- Auswertung unter Weglassung von vier lautsprecherfernen Meßpunkten

### 3.2.7 Meßtechnische Analyse der Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages

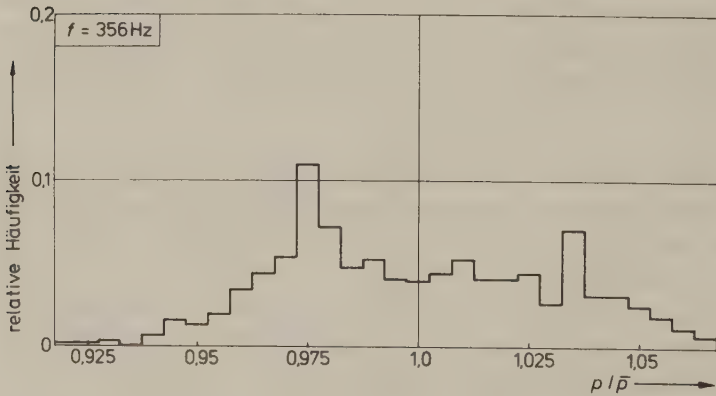
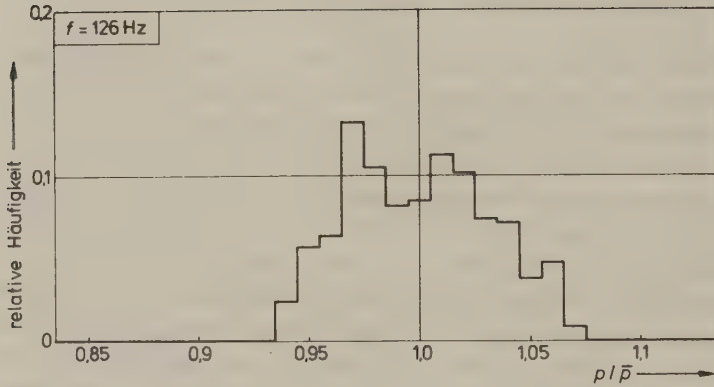
Voraussetzung für die Anwendung des von DIESTEL (DIESTEL, 1968) vorgeschlagenen Auswerteverfahrens zur Bestimmung des Reflexionsfaktors ist die Annahme einer Rayleigh-Verteilung für die Häufigkeit des Schalldruckbetrages. Bereits Kuttruff hatte versucht, diese Annahme meßtechnisch zu bestätigen (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974). Die Messungen wurden seinerzeit in einem reflexionsarmen Raum mit schallhartem Boden durchgeführt. Für die Erfassung der Schalldruckbeträge wurde ein Mikrofon auf einer zur Schallquelle konzentrischen Bahn bewegt. Nach Mittelung über mehrere Kreisbahnen wurde eine Häufigkeitsverteilung erstellt. Die Ergebnisse zeigten, daß die Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages weniger einer Rayleigh-Verteilung als viel mehr einer in einem gewissen Pegelbereich konstanten Verteilung entsprach.

Um die Gültigkeit dieser Ergebnisse auch auf reflexionsarme Räume mit allseits absorbierenden Begrenzungsflächen übertragen zu können, wurden im reflexionsarmen Raum des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum Versuche zur Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages durchgeführt. Bei festem Lautsprecherstandort wurde das Schallfeld auf einer gedachten kugelförmigen Hüllfläche konzentrisch zur Quelle abgetastet. Die Abtastung erfolgte dabei räumlich sehr dicht, so daß auf der Kugelfläche mit einem Durchmesser von  $d = 2,43$  m insgesamt 612 Meßorte abgetastet wurden. In den Abbildungen 3.19 bis 3.22 ist die relative Häufigkeit über dem auf den Mittelwert bezogenen Schalldruck aufgetragen. Die grafische Darstellung in den Abbildungen 3.19 bis 3.22 zeigt, daß in dem untersuchten reflexionsarmen Raum die Häufigkeitsverteilung des Schalldruckes nicht einer Rayleigh-Verteilung entspricht.



Abbildungen 3.19 und 3.20:

Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages über 612 Mikrofonorte in einem reflexionsarmen Raum ( $V = 121 \text{ m}^3$ ) bei konstantem Abstand zwischen Lautsprecherort und Mikrofonort von  $r = 1,215 \text{ m}$   
 oben : Meßfrequenz  $f = 89 \text{ Hz}$   
 unten : Meßfrequenz  $f = 94 \text{ Hz}$



Abbildungen 3.21 und 3.22:

Häufigkeitsverteilung des Schalldruckbetrages über 612 Mikrofonorte in einem reflexionsarmen Raum ( $V = 121 \text{ m}^3$ ) bei konstantem Abstand zwischen Lautsprecherort und Mikrofonort von  $r = 1,215 \text{ m}$   
oben : Meßfrequenz  $f = 126 \text{ Hz}$   
unten : Meßfrequenz  $f = 356 \text{ Hz}$

### 3.2.8 Kritische Bewertung des Meßverfahrens

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Untersuchungen zur quantitativen Auswertung nach dem "1/r-Gesetz" wiedergegeben. Aus den Untersuchungen geht hervor, daß das Auswerteverfahren nach DIESTEL einige Unzulänglichkeiten aufweist.

- ° Für unterschiedliche geometrische Anordnungen von Lautsprechern und Mikrofonorten werden stark voneinander abweichende Ergebnisse erzielt.
- ° Meßergebnisse sind nur dann reproduzierbar, wenn für die geometrischen Verhältnisse von Lautsprecher und Mikrofonorten identische Verhältnisse vorliegen.
- ° Aus den theoretischen Grundlagen für das Meßverfahren lassen sich keine Angaben über eine geeignete Wahl von Lautsprecher- und Mikrofonorten ableiten, mit denen reproduzierbare Ergebnisse erzielt werden können.
- ° Die Wahl der Meßbahn und die Auswahl der Meßpunkte auf der Meßbahn hat auf das zu bestimmende Meßergebnis einen außerordentlich starken Einfluss.  
Bei ausreichender Erfahrung im Umgang mit dem Meßverfahren läßt sich in einem gewissen Bereich fast jedes gewünschte Meßergebnis produzieren.
- ° Versuche, das akustische Zentrum der eingesetzten Schallquelle bei der Auswertung zu berücksichtigen, führen zu unsinnigen Meßergebnissen.

Die Schwierigkeiten bei der quantitativen Bestimmung des Reflexionsfaktors von reflexionsarmen Wandauskleidungen nach dem "1/r-Gesetz" sind in folgenden Ursachen zu suchen :

- Die Annahme einer statistischen Schalldruckverteilung beschreibt das Schallfeld in einem Quaderraum mit hochabsorbierenden Begrenzungsflächen nur unzureichend. Insbesondere die Annahme einer statistischen Phasenverteilung der reflektierten Schallanteile ist nicht sinnvoll. Bei der Überlagerung von Direktschall und reflektierten Schallanteilen ist die Phasenlage der einzelnen Anteile von wesentlicher Bedeutung.
- Das Verfahren kann nur einen mittleren Betrag des Reflexionsfaktors über alle Begrenzungsflächen bestimmen. Unterschiedliche Absorptionseigenschaften der Begrenzungsflächen können nicht analysiert werden. Auch bei Räumen mit schallhartem Boden kann das Verfahren nicht eingesetzt werden.
- Die genaue Lage von Schallquelle und Mikrofon relativ zu den Begrenzungsflächen wird bei der Auswertung nicht berücksichtigt. Es wird lediglich der Abstand zwischen Schallquelle und Mikrofon für die Auswertung herangezogen.
- Als Meßgrößen werden lediglich die Schalldruckpegel verwendet. Die relative Phasenlage des Schalldruckes kann bei dem Verfahren nicht berücksichtigt werden.

Das Meßverfahren ist insbesondere wegen seines geringen apparativen Aufwandes für qualitative und orientierende Messungen anwendbar. Für eine genauere quantitative Bestimmung des Reflexionsfaktors ist das Verfahren jedoch nicht geeignet.



### 3.3.1 Bestimmung des Reflexionsfaktors bei Annahme einer Schallfeldverteilung durch Spiegelschallquellen

Ein weiteres Verfahren zur Bestimmung des Reflexionsfaktors wurde von KUTTRUFF (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974) vorgeschlagen. Im Gegensatz zu dem Verfahren nach Diestel wird für die Schalldruckverteilung im reflexionsarmen Raum keine statistische Annahme gemacht. Ausgangspunkt für das Meßverfahren ist ein raumakustisches Modell, bei dem sich das Schallfeld aus dem Direktschall einer Kugelschallquelle und den Schallanteilen von sechs Spiegelschallquellen überlagert. Bei den Spiegelschallquellen handelt es sich ebenfalls um Kugelschallquellen, die bezüglich Amplitude und Phase durch eine Gewichtung mit dem komplexen Wandreflexionsfaktor erzeugt werden. Das Schallfeld wird also durch "gewichtete" Spiegelschallquellen beschrieben. Die von einer Wand reflektierte Schallwelle entspricht also der sogenannten Fernfeldnäherung, wie sie in Abschnitt 1.6 durch die Gleichungen 1.66 und 1.68 beschrieben wurde. Ausgehend von dem Modell mit gewichteten Spiegelschallquellen wird ein Zusammenhang zwischen statistischen Größen der Schalldruck-Betragsverteilung auf einer Kugeloberfläche und dem Wandreflexionsfaktor abgeleitet. Die Kugeloberfläche liegt dabei konzentrisch zur anregenden Schallquelle. Der Betrag  $R$  des Reflexionsfaktors kann dann wie folgt bestimmt werden:

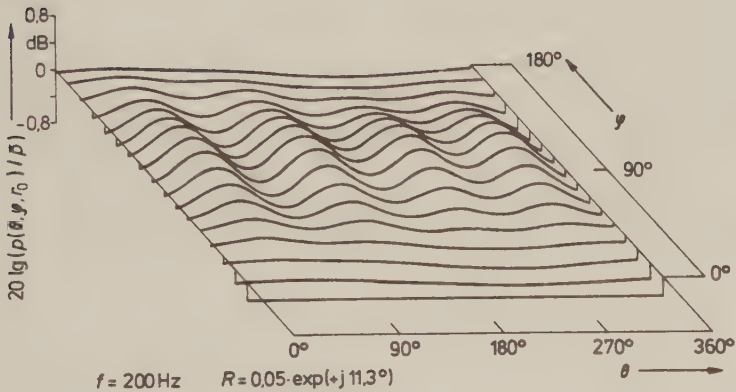
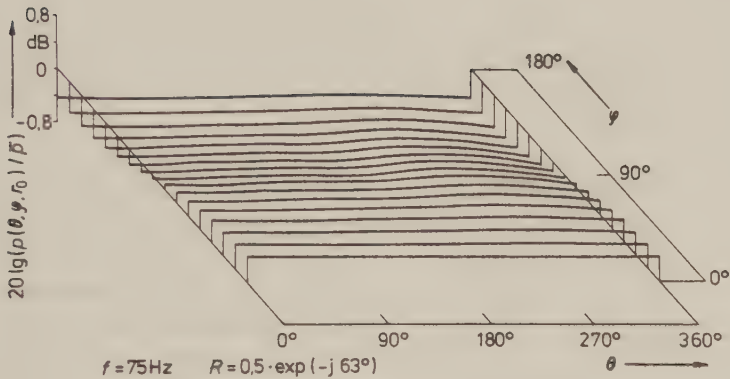
$$R = (\rho \cdot \sqrt{2} \cdot s) / r_0 \quad (3.19)$$

Dabei ist  $s$  die relative Varianz des Schalldruckbetrages,  $\rho$  ein Geometriefaktor der von den Raumabmessungen und von der Aufstellung der Schallquelle abhängt und  $r_0$  der konstante Abstand zwischen dem Ort der Schallquelle und dem Mikrofonort.

Wie in der Literaturstelle bereits angedeutet und wie die Autoren in Gesprächen berichteten, bereitet insbesondere bei tiefen Frequenzen die Bestimmung der relativen Varianz der Schalldruckbetragsverteilung große Schwierigkeiten, da bei tiefen Frequenzen die räumliche Schalldruckverteilung nur noch sehr wenige Minima und Maxima aufweist.

Im reflexionsarmen Raum des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum ( $V = 121 \text{ m}^3$ ) wurde der Betrag des Schalldruckes auf einer Kugeloberfläche konzentrisch zum Lautsprecherort in Abhängigkeit der Polarkoordinaten  $\varphi$  und  $\theta$  gemessen. Der Ursprung des gedachten Kugelkoordinatensystems wurde auf den Lautsprechermittelpunkt gelegt. Um die räumliche Verteilung des Schalldruckbetrages auf der Kugeloberfläche zu veranschaulichen, wurde für die grafische Darstellung die Kugeloberfläche über eine Zylinderprojektion in eine Ebene projiziert. Senkrecht zu dieser Ebene wurde der Betrag des Schalldruckes als abhängige Variable aufgetragen. Die räumliche Verteilung des Schalldruckbetrages ist exemplarisch für zwei Frequenzen in den Abbildungen 3.23 und 3.24 wiedergegeben. Insbesondere aus der Darstellung für die Frequenz  $f = 75 \text{ Hz}$  ist ersichtlich, daß man bei tiefen Frequenzen aus der räumlichen Schalldruckbetragsverteilung keine statistischen Größen bestimmen kann, die für das Reflexionsverhalten der Wandauskleidungen relevante Aussagen ermöglichen.

Die von KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER in Aachen gemessenen "tieffrequente Schwingung", die dem Meßsignal entlang einer Kreisbahn überlagert war, konnte bei der Abtastung der Kugeloberfläche im reflexionsarmen Raum in Bochum nicht festgestellt werden. Auch bei Messungen über Kreisbahnen in einer kleinen reflexionsarmen Meßkammer ( $V=30 \text{ m}^3$ ) in Bochum mit verminderten Anforderungen an das Absorp-



Abbildungen 3.23 und 3.24 :

Gemessene Schalldruckpegel in einem reflexionsarmen Raum ( $V = 121 \text{ m}^3$ ) an 612 Meßorten bei konstantem Abstand zwischen dem Ort der Schallquelle und den Mikrofonorten von  $r_0 = 1,215 \text{ m}$ . Als Bezugsschalldruck wurde der mittlere Schalldruck  $\bar{p}$  aller Meßwerte  $p(\theta, \varphi, r_0)$  einer Meßfrequenz gewählt. Die Lage der Mikrofonorte in Abhängigkeit von den Kugelkoordinaten  $\theta$  und  $\varphi$  der Mikrofonorte wird im Sinne einer Zylinderprojektion dargestellt.

tionsverhalten der Wandauskleidung waren überlagerte "tief-frequente Schwingungen" nicht aufgetreten. Wie schon KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER vermuteten, haben diese "tieffrequenten Schwingungen" ihre Ursache in dem von ihnen eingesetzten Meßaufbau und nicht in Eigenschaften des reflexionsarmen Raumes.

Für tiefe Frequenzen wurde von BRUCHMÜLLER (BRUCHMÜLLER, 1977) eine Modifikation des Verfahrens angewandt. In einem Trial-and-Error-Verfahren wurde für unterschiedliche Werte des Wandreflexionsfaktors die Schalldruckverteilung auf einer gedachten Kugeloberfläche in einem reflexionsarmen Raum berechnet. Dabei wurde wieder das Modell der gewichteten Spiegelschallquellen eingesetzt. Das Meßverfahren erfaßt nicht die Mikrofonorte, an denen das Schallfeld abgetastet wird. Daher können die Meßwerte, z.B. der Schalldruckbetrag an einem Meßort nicht direkt mit einem entsprechenden Wert der Modellrechnung verglichen werden. Für die Ähnlichkeit zwischen den Meßergebnissen und der Modellrechnung kann nur eine statistische Größe herangezogen werden, die aus einem Satz von Meßwerten gewonnen wird. Als Maß für die Ähnlichkeit zwischen Modell und Rechnung wurde wiederum die relative Varianz der beiden Schalldruckverteilungen herangezogen.

### 3.3.2 Kritische Bewertung des Meßverfahrens

Das von KUTTRUFF vorgeschlagene Meßverfahren beruht auf einer Modellannahme, die das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum durch gewichtete Spiegelschallquellen beschreibt. Die Bestimmung des Reflexionsfaktors erfolgt über eine statistische Analyse der Schalldruckbetragsverteilung. Bei der Anwendung des Verfahrens ergeben sich daher folgende Schwierigkeiten:

- ° Die Modellannahme von gewichteten Spiegelschallquellen erfüllt die Randbedingungen an den hochabsorbierenden Begrenzungsflächen nur unzureichend. Die von den Begrenzungsflächen reflektierten Schallwellen haben in Bezug auf Amplitude und Phasenlage in der Regel nicht den Charakter von Kugelwellen (siehe dazu Abschnitt 1.7).
- ° Bei tiefen Frequenzen weist die Schalldruckbetragsverteilung nur sehr wenige und sehr schwach ausgeprägte Minima und Maxima auf, so daß die relative Varianz der Schalldruckbetragsverteilung nicht mehr als eine Kenngröße der Schallfeldverteilung betrachtet werden kann.
- ° Das Meßverfahren berücksichtigt die relative Lage der Mikrofonorte zu den Begrenzungsflächen nicht. So erhält man für die unterschiedlichen, bei diesem Verfahren kreisförmigen Meßbahnen auch recht unterschiedliche Meßergebnisse.
- ° Als Meßgrößen werden lediglich die Beträge der Schalldrücke für die Auswertung herangezogen, die relative Phasenlage der Schalldrücke kann bei dem Verfahren nicht berücksichtigt werden.

- Das Verfahren kann nur einen mittleren Betrag des Reflexionsfaktors über alle Begrenzungsflächen bestimmen. Unterschiedliche Absorptionseigenschaften der Begrenzungsflächen können nicht analysiert werden.

#### 4. WELLENTHEORETISCHES VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DER WAND- ADMITTANZEN DER AUSKLEIDUNG IN REFLEXIONSARMEN RÄUMEN

##### 4.1 Anforderungen und Zielsetzungen

In den vorangegangenen Kapiteln wurde ausführlich über praktische Erfahrungen und die theoretischen Grundlagen der beiden bisher veröffentlichten Verfahren zur quantitativen Bestimmung des Reflexionsfaktors von reflexionsarmen Wandauskleidungen für reflexionsarme Räume berichtet. In Kapitel 3. dieser Arbeit wurde eine kritische Betrachtung der beiden Verfahren durchgeführt. Daraus ergibt sich, daß beide Verfahren keine befriedigende Lösung des Problems darstellen.

Für ein geeignetes Meßverfahren zur Bestimmung der Wandadmittanzen der reflexionsarmen Auskleidungen ergeben sich folgende Anforderungen:

##### 1. Modellbildung

Grundlage des Meßverfahrens muß ein Rechenmodell sein, welches das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum bei vorgegebenen Randbedingungen berechnet und dabei die von den Begrenzungswänden reflektierten Schallanteile nach Betrag und Phase mit ausreichender Genauigkeit berücksichtigt.

##### 2. Auswahl der Mikrofonorte

Die genaue Lage von Schallquelle und Mikrofonorten muß bei der Auswertung der Meßergebnisse berücksichtigt werden.

##### 3. Komplexe Wandadmittanz

Das Meßverfahren muß neben dem Betrag der Wandadmittanz auch für eine Bezugsebene die Phase der Wandadmittanz be-

stimmen. Diese Forderung ist sinnvoll, da nur bei Kenntnis der Phase mit Hilfe der Modellbildung Schallfeldberechnungen für andere meßtechnische Problemstellungen durchgeführt werden können. So lassen sich aus der Schallfeldberechnung für Frequenzbereiche mit höherem Betrag des Reflexionsfaktors Korrekturen für akustische Übertragungsfunktionen bestimmen.

#### 4. Unterschiedliches Absorptionsverhalten der Begrenzungsflächen

Das Meßverfahren muß in der Lage sein, auch für Begrenzungsflächen mit unterschiedlichem Absorptionsverhalten die entsprechenden Wandadmittanzen zu bestimmen. Unterschiedliches Absorptionsverhalten der Begrenzungsflächen tritt insbesondere bei schallharten Fußböden oder bei schallabsorbierenden Böden mit Gitter oder Netzaufdeckungen auf.

#### 5. Ähnlichkeit zwischen Modellrechnung und tatsächlichen Schalldruckverteilungen

Das Meßverfahren muß eine Aussage über die Genauigkeit der Modellbildung gegenüber den tatsächlichen meßtechnisch ermittelten Schalldruckverteilungen liefern.

#### 6. Trial-and-Error

Der Auswertalgorithmus darf nicht auf einem Trial-and-Error Verfahren aufbauen, sondern muß die Werte für die Wandadmittanzen analytisch berechnen.

#### 7. Fehler bei der Schallfeldabtastung

Bei der Abtastung des Schallfeldes in einem reflexionsarmen Raum lassen sich Fehler bei der Bestimmung von Betrag und relativer Phase des Schalldruckes in Abhängigkeit vom Ort nicht vollständig ausschließen. Solche unsystematischen



Fehler können zum Beispiel durch Einstrahlung von Störsignalen in die Meßeinrichtung auftreten. Solche Fehler können meist bei der Erfassung der Meßwerte noch nicht als solche erkannt werden. Der anzuwendende Auswertalgorithmus muß also in der Lage sein, solche Fehler zu erkennen und bei der Auswertung geeignet zu bearbeiten.

#### 8. Lösung des zur Schallfeldberechnung inversen Problems

Die Modellbildung muß auf einem invertierbaren algebraischen Ausdruck beruhen. Unter Invertierbarkeit wird hier die Möglichkeit verstanden, das zur Feldberechnung bei Kenntnis der Randbedingung inverse Problem der Bestimmung der Randbedingungen bei Kenntnis der Feldverteilung zu lösen. Feldberechnungen, bei denen die zu bestimmenden Unbekannten in numerisch zu berechnenden Integralausdrücken auftreten, sind in der Regel nicht invertierbar.

#### 9. Rechenzeit

Da in der Regel für eine Vielzahl von Frequenzen eine Aussage über das Absorptionsverhalten der Begrenzungsflächen erwünscht ist, sollte das Meß- und das Auswertverfahren auch für mittelgroße Prozeßrechner mit einer noch vertretbaren Rechenzeit durchführbar sein.

## 4.2 Theoretische Grundlagen

Für die weiteren Betrachtungen wird angenommen, daß die Begrenzungsflächen der zu untersuchenden reflexionsarmen Räume eben sind und bezüglich ihrer Lage zueinander den Flächen eines Quaders entsprechen. Das bedeutet, daß jeweils zwei Flächen parallel zueinander stehen und daß die Flächen an den Kanten jeweils einen rechten Winkel miteinander bilden. Diese Annahme ist sicherlich zulässig, da praktisch alle bisher errichteten reflexionsarmen Räume eine Quaderstruktur aufweisen.

Die Begrenzungsflächen werden bezüglich ihres akustischen Verhaltens als ebene lokal reagierende Flächen angesehen. In einem Faserabsorber mit hohem Absorptionsverhalten ist die Schallausbreitung parallel zur Oberfläche so stark bedämpft, daß die Schallfeldgrößen an einem Ort innerhalb des Faserabsorbers für die vorliegende Problemstellung als weitestgehend entkoppelt von den Schallfeldgrößen in der Umgebung des betrachteten Ortes angesehen werden können. Das akustische Reflexionsverhalten der Begrenzungsflächen wird also durch das Verhältnis von Schalldruck an der Begrenzungsfläche und der wandnormalen Komponente der Schallschnelle an der Begrenzungsfläche bestimmt.

In der Realität sind die hochabsorbierenden Wandverkleidungen von reflexionsarmen Räumen keine ebenen Flächen, sondern sind meist keilförmig strukturiert. Wie bereits im Kapitel 2 wiedergegeben wurde, konnte durch Messungen an einem keilförmig strukturierten Faserabsorber im Modellmaßstab gezeigt werden, daß sich dieser in dem interessierenden Frequenzbereich wie eine lokal reagierende Begrenzungsfläche verhält.

Das hier vorgestellte Meßverfahren ist ein Verfahren, welches für die Anwendung bei tiefen Frequenzen entworfen worden ist.

Aus Gründen der gerätetechnischen Umsetzbarkeit des Verfahrens, welche in einem der folgenden Abschnitte noch näher erläutert wird, ist eine Anwendung des Verfahrens bei Frequenzen größer als 1 kHz nicht sinnvoll. Für Frequenzen oberhalb 1 kHz sind bei den üblichen Abmessungen von reflexionsarmen Räumen Impulsmethoden zur Bestimmung der Absorptionseigenschaften der Begrenzungsflächen besser geeignet. Solche Impulsmethoden sind aber nicht Gegenstand dieser Untersuchung.

Für die Feldberechnung in einem Quaderraum sind die vorgegebenen Randbedingungen für alle sechs Begrenzungsflächen zu erfüllen. Zur Schallfeldberechnung in geschlossenen Räumen ging man ähnlich wie bei anderen raumakustischen Problemstellungen wie folgt vor: Die von der als punktförmig angenommenen Schallquelle abgestrahlten Schallwellen treffen auf eine Begrenzungsfläche, die Feldüberlagerung von Direktschall und reflektiertem Schall dieser Begrenzungsfläche müssen die Randbedingung an dieser Begrenzungsfläche erfüllen. Die Überlagerung des Direktschalls und des reflektierten Schalls ihrerseits müssen für eine weitere Wand zusammen mit dem reflektierten Schall dieser Wand die Randbedingung an dieser Wand erfüllen. Dieses Verfahren muß insgesamt für alle sechs Begrenzungsflächen durchgeführt werden. Bezeichnet man die reflektierte Schallwelle für die Lösung des Randwertproblems bei Anwesenheit nur einer Begrenzungsfläche als Wandreaktion der Ordnung eins und hat diese Wandreaktion erster Ordnung die Form des Schallfeldes einer Kugelschallquelle, so erhält man als Lösung des Randwertproblems eine Überlagerung von Schallfeldern von Primärquelle und unendlich vielen Spiegelschallquellen. Je nach Art ihrer Lage unterscheidet man Spiegelschallquellen erster, zweiter und höherer Ordnung. Bei Räumen mit schallharten Begrenzungsflächen können die

Wandreaktionen sicherlich in guter Näherung durch eine Überlagerung der Schallfelder von Punktschallquellen beschrieben werden.

Im Abschnitt 1.6 wurden für eine Punktschallquelle vor einer lokal reagierenden ebenen Begrenzungsfläche eine Reihe von berechneten Feldverteilungen wiedergegeben. Wie aus der grafischen Darstellung der Feldverteilung ersichtlich ist, haben die von der lokal reagierenden Wand reflektierten Schallanteile keinerlei Ähnlichkeit mehr mit den Schallfeldern von Punktschallquellen. Die Annahme von Punktschallquellen zur Modellbildung in reflexionsarmen Räumen, wie sie zum Beispiel bei den quasi statistischen Auswertungsverfahren verwendet werden, ist also zu ungenau.

Das Schallfeld, das die Wandreaktionen erster Ordnung berücksichtigt, muß also durch eine Lösung des Randwertproblems einer Punktschallquelle vor einer lokal reagierenden, ebenen Wand beschrieben werden. Dazu wird die im Abschnitt 1.4 angeführte Lösung des Randwertproblems für die hochabsorbierende lokal reagierende Wand herangezogen. Gegenüber der exakten Lösung des Randwertproblems, welche die Wandreaktion über einen Integralausdruck beschreibt, erlaubt die in Abschnitt 1.4 wiedergegebene Lösung die Anwendung auf das zur Feldberechnung bei vorgegebenen Randbedingungen inverse Problem.

Zur exakten Erfüllung des Randwertproblems in einem Quaderraum muss die Überlagerung von Primärschallfeld und Wandreaktionen erster Ordnung ihrerseits alle Randbedingungen erfüllen. Da die Wandreaktionen nicht mehr wie in dem zuvor wiedergegebenen Lösungsansatz die Form von Schallfeldern von Kugelschallquellen haben, müßten die Wandreaktionen

ihrerseits durch eine Überlagerung von Schallfeldern einzelner Kugelquellen dargestellt werden. Eine derartige Entwicklung der Lösung des Randwertproblems nach Abschnitt 1.4 würde auf eine einer Multipolentwicklung ähnlichen Lösung führen. Dazu durchgeführte Überlegungen haben gezeigt, daß eine derartige Entwicklung theoretisch möglich ist, deren Lösung aber zu einer Darstellung führt, die die Lösung des inversen Problems nicht mehr möglich macht.

Eine Abschätzung des Einflusses von Wandreaktionen vom Grade zwei und mehr hat gezeigt, daß bei Reflexionsfaktoren der Wandauskleidungen bis zu 20 % die Schallfeldverteilung in Bezug auf den Betrag des Schalldruckes und in Bezug auf den Phasenwinkel des Schalldruckes nur noch in einem Maß beeinflußt wird, welches unterhalb der realisierbaren Erfassungsgenauigkeit der Meßgrößen liegt.

Höhere Werte für den Reflexionsfaktor der Wandauskleidung als 20 % treten bei reflexionsarmen Räumen nur bei sehr niedrigen Frequenzen auf. Die möglichen Orte für Schallquellen bzw. für Empfänger in einem reflexionsarmen Raum liegen bei sehr tiefen Frequenzen in Bezug auf die Wellenlänge im Nahfeld aller Begrenzungsflächen. Unter diesen Voraussetzungen ist aber die Oberflächenwelle entlang der Begrenzungsfläche dominanter Teil der von der Wand reflektierten Welle. Diese Oberflächenwelle trifft mit sehr geringen Schalleinfallswinkeln auf die benachbarten rechtwinklig zueinander angeordneten Begrenzungsflächen. Die Oberflächenwelle wird aufgrund des geringen Schalleinfallswinkels von der benachbarten Begrenzungsfläche deutlich besser absorbiert als eine kugelförmige Schallwelle vergleichbarer Intensität. Bei sehr niedrigen Frequenzen wird für die Anwendung des Meßverfahrens daher angenommen, daß das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum auch bei

Reflexionsfaktoren bis zu 50 % durch die Überlagerung von Wandreaktionen erster Ordnung hinreichend genau beschrieben werden kann.

Das in den folgenden Abschnitten näher beschriebene Auswerteverfahren liefert eine Aussage, inwieweit eine Übereinstimmung zwischen den gemessenen Werten und der Modellbildung vorliegt. Die Ergebnisse zeigen, daß bei Werten der Reflexionsfaktoren bis zu 20 % und bei sehr niedrigen Frequenzen bei Werten bis zu 50 % die Abweichungen zwischen Modellrechnung und tatsächlicher Feldverteilung in der Größenordnung der Auflösungsgenauigkeit bei der Meßdatenerfassung liegen.

Für die weiteren Betrachtungen wird angenommen, daß die Feldverteilung in einem quaderförmigen Raum mit ebenen, lokal reagierenden Begrenzungsflächen durch die Überlagerung des Schallfeldes der Primärschallquelle durch sechs Wandreaktionen erster Ordnung einer lokal reagierenden Wand in sehr guter Näherung beschrieben wird. Die Wandreaktion erster Ordnung wird beschrieben durch die Lösung des Randwertproblems einer Punktschallquelle vor einer ebenen, lokal reagierenden Wand, wie sie in Abschnitt 1.4 abgeleitet worden ist.

Für die Schalldruckverteilung ergibt sich damit folgender Zusammenhang, wobei die Summation über  $i = 1 \dots 6$  der Überlagerung der Wandreaktionen der sechs Begrenzungsflächen entspricht.

$$\begin{aligned}
 p(x, y, z) = & -\frac{1}{4\pi R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} \\
 & - \sum_{i=1}^6 \frac{1}{4\pi R_{2i}} \cdot e^{-j\beta R_{2i}} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^6 \frac{\beta v_i}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_{2i}} \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \sum_{l=1}^3 \frac{a_l}{R_{2i} \cdot (1 + v_i \cos \theta_i) - j b_l} \right\} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Dabei sind

$R_1$  = Abstand zwischen  
dem Ort der Schallquelle  $(x_0, y_0, z_0)$   
und dem betrachteten Feldpunkt  $(x, y, z)$

$$R_1 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (4.2)$$

$R_{2i}$  = Abstand zwischen  
dem Ort der i-ten Spiegelschallquelle  
 $(x_{SPQ,i}, y_{SPQ,i}, z_{SPQ,i})$   
und dem betrachteten Feldpunkt  $(x, y, z)$

$$R_{2i} = \sqrt{(x - x_{SPQ,i})^2 + (y - y_{SPQ,i})^2 + (z - z_{SPQ,i})^2} \quad (4.3)$$

$\theta_i$  = Winkel zwischen der Geraden durch den Ort der i-ten Spiegelschallquelle  $(x_{spq,i}, y_{spq,i}, z_{spq,i})$  und dem betrachteten Feldpunkt  $(x, y, z)$  und der Geraden durch den Ort der i-ten Spiegelschallquelle und den Ort der Schallquelle  $(x_q, y_q, z_q)$

$v_i$  = normierte Wandadmittanz der i-ten Wand

$\beta$  = Phasenkoeffizient  $\beta = 2\pi / \lambda$

$a_1, b_1$  reelle Konstanten



### 4.3 Bestimmung der normierten Wandadmittanzen der Begrenzungsflächen

#### 4.3.1 Auswertealgorithmus

Die Voraussetzungen für die Anwendung des im folgenden beschriebenen Auswerteverfahrens sind :

- Der Schalldruck  $p(x,y,z)$  im reflexionsarmen Raum wird an insgesamt  $M$  Orten nach Betrag und Phasenwinkel abgetastet.
- Der Schalldruck braucht nicht auf den Bezugsschalldruck  $p_0$  kalibriert bestimmt zu werden. Es reicht, den Schalldruck bzw. die dem Schalldruck proportionale Mikrofonspannung auf eine frei wählbare, aber feste Bezugsspannung zu beziehen.
- Die Phase des Schalldruckes wird relativ zu einem festen Bezugspunkt gemessen, der ebenfalls frei wählbar ist. Für die weitere Auswertung ist nur die Kenntnis über die Phasenwinkel des Schalldruckes an unterschiedlichen Orten zueinander notwendig.
- Die Lage der Schallquelle  $(x_0, y_0, z_0)$  und die Abmessungen des Raumes müssen bekannt sein.

Die Schalldruckverteilung entsprechend der Modellrechnung nach Gleichung 4.1 hängt bei vorgegebenen Ortsdaten (Raumabmessungen, Ort der Schallquelle und betrachteter Feldpunkt) nur noch von den normierten Wandadmittanzen  $v_i$  ab. Soll die Modellrechnung der im Raum meßtechnisch ermittelten Schallfeldverteilung entsprechen, so muß der Schalldruck entsprechend der Gleichung 4.1 noch mit einem kom-

plexen Amplitudenfaktor multipliziert werden, welcher die unbekannten Verstärkungs- bzw. Dämpfungsfaktoren sowie die Phasendrehungen in den einzelnen Gliedern des Versuchsaufbaues berücksichtigt. Rein theoretisch ist es durchaus möglich, die Übertragungsfunktionen aller beteiligten Einzelelemente zu bestimmen und daraus den komplexen Amplitudenfaktor zu berechnen. Aber insbesondere die Bestimmung der Übertragungsfunktion des Lautsprechers und des Mikrofons wirft meßtechnische Schwierigkeiten auf. Die Bestimmung der Übertragungsfunktion des Lautsprechers müßte wiederum in einem reflexionsarmen Raum durchgeführt werden. Da aber alle reflexionsarmen Räume in dem Frequenzbereich, in dem das Meßverfahren eingesetzt werden soll, nicht reflexionsfrei, sondern nur reflexionsarm sind, würden Raumeinflüsse die Meßergebnisse deutlich beeinflussen. Da der komplexe Amplitudenfaktor aber für die Bestimmung der spezifischen Wandadmittanzen unverzichtbar ist, muß der Auswertealgorithmus so gestaltet werden, daß er den komplexen Amplitudenfaktor wie eine der Unbekannten behandelt.

Nimmt man an, daß alle Begrenzungsflächen identisches akustisches Verhalten haben, so sind durch das Meßverfahren zwei komplexe Größen, die normierte Wandadmittanz  $v$  und der komplexe Amplitudenfaktor zu bestimmen. Dies würde vier unbekannten Skalaren entsprechen. Dementsprechend brauchte man zur Bestimmung der Unbekannten mindestens vier skalare Meßgrößen. Diese würde man aus zwei Schalldruckmessungen erhalten, bei denen sowohl der Betrag als auch die Phase des Schalldruckes gemessen wird. Die Anwendung eines Auswerteverfahrens, das jeweils nur ein Paar von komplexen Schalldruckwerten verwendet, hat gezeigt, daß bei 30 % der gewählten Wertepaare das Gleichungssystem zur Bestimmung der Wandadmittanzen singulär wird. Außerdem ist bei einer derartigen Vorgehensweise nicht erkennbar, ob

einer der Meßwerte des Wertepaares nicht durch einen unsystematischen Fehler bei der Meßdatenerfassung verfälscht worden ist.

Es ist daher erforderlich, gemessen an der Anzahl der zu bestimmenden Unbekannten, eine Überabtastung von Meßwerten durchzuführen. Grundlage des Meßverfahrens ist es, mit der Modellrechnung für eine endliche Anzahl von Meßorten eine maximale Ähnlichkeit zwischen der Modellrechnung und der meßtechnisch ermittelten Schallfeldverteilung zu erzielen, wobei die Schalldrücke der Modellrechnung Funktion der normierten Wandadmittanzen und des komplexen Amplitudenfaktors sind. Zur Bestimmung dieser unbekannten Größen muß ein Ähnlichkeitskriterium zwischen Modellrechnung und meßtechnisch ermittelter Feldverteilung gewählt werden. Für die weitere Auswertung ist es erforderlich, daß dieses Ähnlichkeitskriterium je nach Grad des Kriteriums mindestens einmal oder mehrfach stetig differenzierbar sein muß.

Die in den vorangegangenen Abschnitten intensiv diskutierten statistischen Auswerteverfahren (DIESTEL, 1968) und (KUTTRUFF und BRUCHMÜLLER, 1974) ziehen zum Vergleich zwischen Modellrechnung und Meßwerten nur die Beträge des Schalldruckes zur Auswertung heran. Die Phasenwinkel der Schalldrücke zueinander bleiben unberücksichtigt. Da in der Regel die Bestimmung der Schalldruckamplitude mit einem wesentlich geringeren Aufwand als die Bestimmung des Phasenwinkels durchgeführt werden kann, ist es naheliegend, für den Auswertalgorithmus ein Ähnlichkeitskriterium auf Basis der Schalldruckbeträge einzusetzen. Als Maß für die Ähnlichkeit zwischen dem Betrag des Schalldrucks an den Orten  $(x_N, y_N, z_N)$  entsprechend der Modellrechnung und dem Betrag des gemessenen Schalldruckes an denselben Orten

wird die Größe  $dp'_N$  eingeführt. Aus Gründen einer einfacheren Handhabung bei der später durchzuführenden Differenzierung wird als Ähnlichkeitskriterium der Unterschied der Quadrate der Schalldruckbeträge verwendet. Damit ergibt sich

$$dp'_N = |p_{SIM,N}|^2 - C |p_{MES,N}|^2 \quad (4.4)$$

Dabei ist  $C$  eine reelle Größe, die den Einfluß des zuvor beschriebenen komplexen Amplitudenfaktors berücksichtigt.

Die Anwendung dieses Ähnlichkeitskriteriums hat beim Einsatz eines darauf basierenden Auswertealgorithmus ergeben, daß ein derartiges System nicht immer eindeutig ist. Ähnlich wie bei der Lösung anderer Invers-Probleme in der Akustik ist der Zusammenhang zwischen den Randbedingungen und den Werten für den Schalldruckbetrag nicht eindeutig. Auch durch eine Vergrößerung der Anzahl der erfassten Meßorte läßt sich die Eindeutigkeit der Lösung nicht sicherstellen. Die Ursache für dieses Verhalten wird bei Betrachtung der Abbildung 4.1 schnell deutlich. Zwei Punkte in der komplexen Ebene mit gleichem Betrag aber großem Phasenunterschied liegen sehr weit voneinander entfernt. Zwei Punkte in der komplexen Ebene mit ähnlicher Phasenlage und ähnlichem aber nicht gleichem Betrag weisen dagegen einen geringen Abstand auf.

Aufgrund dieser Überlegungen und aufgrund der Erfahrungen bei ausschließlicher Berücksichtigung der Schalldruckbeträge ist es erforderlich, ein Ähnlichkeitskriterium einzusetzen, welches die Ähnlichkeit in Bezug auf die komplexe Ebene berücksichtigt. Als geeignetes reelles Ähnlichkeits-

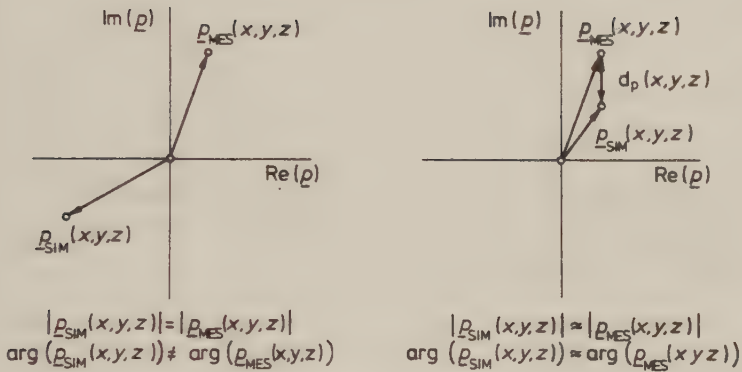


Abbildung 4.1:

Kriterien für die Ähnlichkeit zwischen Modellrechnung und Meßwerten

kriterium wird daher der Abstand zwischen zwei Punkten in der komplexen Ebene eingesetzt. Da für die weitere Behandlung das Ähnlichkeitskriterium nur stetig ableitbar sein muß, wird wegen der geeigneteren mathematischen Behandlung besser das Quadrat des Abstandes zweier Punkte in der komplexen Ebene als Ähnlichkeitskriterium verwendet.

$$dp_N^2 = (\text{Re}(p_{\text{SIM},N}) - \text{Re}(C p_{\text{MES},N}))^2 + (\text{Im}(p_{\text{SIM},N}) - \text{Im}(C p_{\text{MES},N}))^2 \quad (4.5)$$

Dabei ist  $C$  ein komplexer zu bestimmender Amplitudenfaktor und für  $p_{\text{SIM},N}$  gilt

$$p_{\text{SIM},N} = f(v_1, \dots, v_6, x_N, y_N, z_N) \quad (4.6)$$

Eine maximale Ähnlichkeit wird erreicht, wenn die Größe  $dp_N^2$  minimal wird, bzw. die Summe über alle  $dp_N^2$  minimal wird.

$$\sum_{N=1}^M dp_N^2 \stackrel{!}{=} \text{minimal} \quad (4.7)$$

Für das Auftreten eines relativen Minimums ergeben sich daraus entsprechend der Anzahl der linearen Variablen die folgenden notwendigen Bedingungen

$$\frac{d}{d \operatorname{Re}(v_i)} \sum_{N=1}^M dp_N^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{d}{d \operatorname{Im}(v_i)} \sum_{N=1}^M dp_N^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{d}{d \operatorname{Re}(C)} \sum_{N=1}^M dp_N^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{d}{d \operatorname{Im}(C)} \sum_{N=1}^M dp_N^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.11)$$

Betrachtet man die Werte von  $v_i$  im Ausdruck

$R_{2i} (1 + v_i \cos \theta_i) - j b_L$  als Konstanten  $v_{i,s}$ , die man durch eine geeignete Schätzung bestimmt, so stellen die Gleichungen 4.8 bis 4.11 einen Satz von linearen Gleichungen dar, so daß die notwendige Bedingung für das Auftreten eines Extremwertes zur hinreichenden Bedingung wird. Aus den Bedingungen entsprechend den Gleichungen 4.8 bis 4.11 erhält man ein lineares Gleichungssystem der folgenden Form:

$$M \cdot X = B \quad (4.12)$$

Dabei ist  $M$  eine Matrix vom Typ  $(14,14)$  mit den Elementen  $m_{ij}$ .

$X$  ist eine Spaltenmatrix vom Typ  $(14,1)$ .

$B$  ist eine Spaltenmatrix vom Typ  $(14,1)$  mit den Elementen  $b_i$ .

$$X = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(v_1), \operatorname{Re}(v_2), \operatorname{Re}(v_3), \operatorname{Re}(v_4), \operatorname{Re}(v_5), \operatorname{Re}(v_6), \\ \operatorname{Im}(v_1), \operatorname{Im}(v_2), \operatorname{Im}(v_3), \operatorname{Im}(v_4), \operatorname{Im}(v_5), \operatorname{Im}(v_6), \\ \operatorname{Re}(C), \operatorname{Im}(C) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$m_{ij} = f(x_1, x_2, \dots, x_N, \dots, x_M, \\ y_1, y_2, \dots, y_N, \dots, y_M, \\ z_1, z_2, \dots, z_N, \dots, z_M, \\ x_Q, y_Q, z_Q, x_W, y_W, z_W, \\ \operatorname{Re}(v_{1,S}), \dots, \operatorname{Re}(v_{6,S}), \\ \operatorname{Im}(v_{1,S}), \dots, \operatorname{Im}(v_{6,S})) \quad (4.14)$$

$$b_i = f(x_1, x_2, \dots, x_N, \dots, x_M, \\ y_1, y_2, \dots, y_N, \dots, y_M, \\ z_1, z_2, \dots, z_N, \dots, z_M, \\ x_Q, y_Q, z_Q, x_W, y_W, z_W, \\ \operatorname{Re}(v_{1,S}), \dots, \operatorname{Re}(v_{6,S}), \\ \operatorname{Im}(v_{1,S}), \dots, \operatorname{Im}(v_{6,S})) \quad (4.15)$$

$(x_N, y_N, z_N)$  = Mikrofonorte, an denen das Schallfeld abgetastet wurde.

M = Anzahl der abgetasteten Mikrofonorte

$(x_Q, y_Q, z_Q)$  = Ort der Schallquelle

$(x_W, y_W, z_W)$  = Abmessungen des reflexionsarmen Raumes

$v_{i,s}$  = Schätzwerte für die normierten Wandadmittanzen

$v_i$  = zu bestimmende normierte Wandadmittanzen

C = zu bestimmender komplexer Amplitudenfaktor

Die Ableitung und Berechnung der Matrixelemente  $m_{ij}$  und der Absolutglieder  $b_i$  ist im Anhang wiedergegeben.

Für die Schätzung der in den Ausdrücken

$[R_{2i}(1+v_i \cos \theta_i) - j b_i]$  als Konstanten angesetzten  $v_i$  wird ein iteratives Verfahren eingesetzt. Für einen frei wählbaren Satz von Startwerten für  $v_{i,s}$  werden die Koeffizienten für das Gleichungssystem entsprechend Gleichung 4.12 berechnet und das Gleichungssystem wird gelöst. Die Ergebnisse dieser Lösung werden als neue Schätzwerte für eine erneute Bestimmung der Koeffizienten und eine erneute Lösung des Gleichungssystems eingesetzt. Die Anwendung dieses iterativen Verfahrens hat gezeigt, daß das Verfahren schon nach wenigen Schritten konvergiert. Auch die Wahl der Startwerte ist vollkommen unkritisch. Selbst aus akustischer Sicht unsinnige Annahmen für die Startwerte der Wandadmittanzen führen zu einem konvergenten Verhalten. Eine ungeeignete Wahl der Startwerte führt lediglich zu einer Erhöhung der Anzahl der Iterationsschritte.



Als geeigneter Startwert hat sich der dem Anpassungsfall entsprechende Wert  $v = 1$  bewährt.

Die Zahl der Iterationsschritte läßt sich weiter verringern, wenn als Variablen nicht die Wandadmittanzen, sondern die Abweichungen der zu bestimmenden Wandadmittanzen gegenüber den eingesetzten Schätzwerten verwendet werden. Entsprechend wird auch für den zu bestimmenden komplexen Amplitudenfaktor  $C$  die Abweichung gegenüber einem Schätzwert als Variable verwendet. Für den ersten Iterationsschritt wird dabei der Schätzwert für den komplexen Amplitudenfaktor aus einem Vergleich der Meßwerte und aus den Werten der Modellrechnung für den ersten Iterationsschritt bestimmt.

Sind in einem reflexionsarmen Raum alle sechs Begrenzungsflächen identisch aufgebaut und mit einer identischen reflexionsarmen Auskleidung versehen, so kann man davon ausgehen, daß die Begrenzungsflächen gleiches akustisches Absorptionsverhalten aufweisen und damit die Wandadmittanzen für alle Begrenzungsflächen identisch sind. Damit reduziert sich das Problem auf vier lineare Unbekannte und die Matrix  $M$  ist dann vom Typ  $(4,4)$ . Entsprechend sind dann auch die Matrizen  $X$  und  $B$  vom Typ  $(4,1)$ .

$$X = [ \text{Re}(v) , \text{Im}(v) , \text{Re}(C) , \text{Im}(C) ] \quad (4.16)$$

$$m_{ij} = f( \dots , \text{Re}(v_s) , \text{Im}(v_s) ) \quad (4.17)$$

$$b_i = f( \dots , \text{Re}(v_s) , \text{Im}(v_s) ) \quad (4.18)$$

#### 4.3.2 Bestimmung der akustischen Meßgrößen

Für die Anwendung des zuvor beschriebenen Auswertealgorithmus ist es erforderlich, den Betrag und den Phasenwinkel des Schalldruckes an insgesamt M Meßorten im reflexionsarmen Raum zu bestimmen. Bei der Phase des Schalldruckes interessiert nur die Phasenlage an den unterschiedlichen Orten zueinander. Es ist daher sinnvoll, die Phasen für alle Mikrofonorte relativ zu einer festen Bezugsphase zu bestimmen. Da sich bei der Anwendung des Meßverfahrens hohe Anforderungen bezüglich der Auflösung von Schalldruckbetrag und Phasenwinkel ergeben, wurde ein Meßverfahren eingesetzt, bei dem sinusförmige Signale verwendet werden. Versuche haben gezeigt, daß für diese spezielle Anwendung Breitbandmeßverfahren mit rauschähnlichen Testsignalen wegen der hohen Anforderungen bezüglich der Auflösung der Meßgrößen weniger geeignet sind.

Als Testsignal wurde für die Messungen ein von einem Digitalrechner generiertes sinusförmiges Signal verwendet. Nach Tiefpaßfilterung und Verstärkung wurde das Signal über einen Rundstrahllautsprecher in Dodekaederform abgestrahlt. Die Mikrofonsignale wurden nach Tiefpaßfilterung und Analog-Digital-Umsetzung ebenfalls durch den Digitalrechner verarbeitet. Das digitalisierte Mikrofonsignal wurde per Programm mit zwei gegeneinander um  $1/4$  Periode versetzten Rechteckfunktionen gewichtet. Die Rechteckfunktionen haben dabei die gleiche Periodenlänge wie das sinusförmige Sendesignal. Lage und Richtung der Nulldurchgänge wird durch ein Triggersignal festgelegt, welches von dem als Bezugspunkt gewählten Lautsprecherstrom abgeleitet wird. Nach Integration der gewichteten Mikrofonsignale über eine Periodenlänge lassen sich daraus Betrag und Phasenwinkel des Mikrofonsignals bestimmen.

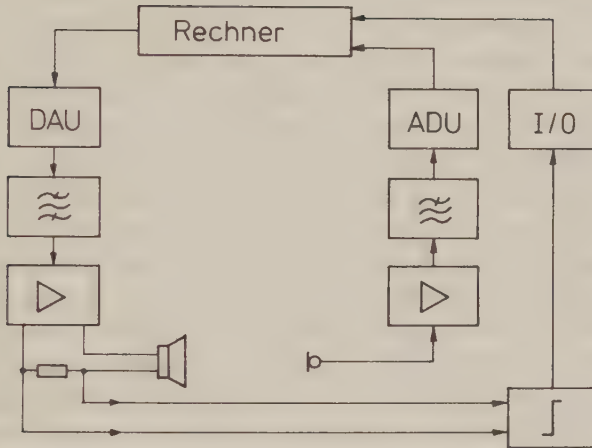


Abbildung 4.2:

Blockschaltbild des Versuchsaufbaus zur Erfassung der akustischen Meßgrößen

Die Berechnung des Betrages und des Phasenwinkels des Mikrofonsignals mit Hilfe der gewichtenden Rechteckfunktionen ist im Anhang wiedergegeben. Die Werte wurden jeweils für den eingeschwungenen Zustand nach Mittelung über zehn ausgewertete Perioden bestimmt. Meßtechnische Untersuchungen zu diesem Meßverfahren haben gezeigt, daß der Fehler bei der Bestimmung des Schalldruckpegels kleiner als 0,05 dB ist und daß der Fehler bei Bestimmung des Phasenwinkels kleiner als  $1^\circ$  ist.

#### 4.3.3 Bestimmung der geometrischen Meßgrößen

Für die Anwendung des Meßverfahrens ist es erforderlich, daß neben den Raumabmessungen und dem Ort der Schallquelle auch die Mikrofonorte bekannt sind. Um eine Aussage darüber zu gewinnen, inwieweit die Modellrechnung das tatsächliche Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum beschreibt, wurde das Schallfeld in den untersuchten reflexionsarmen Räumen an weitaus mehr Orten abgetastet als es für die Anwendung des Meßverfahrens eigentlich notwendig wäre. Es war also erforderlich, die geometrischen Daten einer Vielzahl von Mikrofonorten zu bestimmen. Da die meisten reflexionsarmen Räume mit einem hochabsorbierend verkleideten Boden und einem darüber gespannten Gehrnetz ausgestattet sind, gestalten sich Messungen der Mikrofonorte über mehrdimensionale Längenmessungen mangels geeigneter fester mechanischer Bezugsebenen außerordentlich schwierig. Auch theodolitische Messungen können wegen der meist nicht vorhandenen starren Bezugspunkte nicht eingesetzt werden. Es wurden daher mechanische Einrichtungen entwickelt, mit denen die Bewegung der Meßmikrofone zu vorgegebenen Mikrofonorten mit hoher Präzision möglich ist.

Für die räumliche Abtastung des Schallfeldes in einem reflexionsarmen Raum mit einem lichten Volumen von  $V = 121 \text{ m}^3$  wurde eine Anordnung gewählt, die das Meßmikrofon auf einer kugelförmigen Hüllfläche konzentrisch zur Schallquelle bewegt. Die Abtastung der Kugelfläche wurde durch eine Konstruktion aus zwei miteinander gekoppelten Schwenkarmen durchgeführt, wobei die Drehachsen der beiden Schwenkarme rechtwinklig zueinander lagen. Die Werte für die Drehwinkel der Schwenkarme entsprachen unmittelbar den Kugelkoordinaten eines gedachten Koordinatensystems mit dem Ursprung am Ort der Schallquelle (Abbildung 4.3).

Zur Erzielung einer hohen Positioniergenauigkeit ist es erforderlich, die Durchbiegung der Schwenkarme für alle Positionen so gering wie möglich zu halten. Die Durchbiegung hängt vom Lastmoment und vom Flächenträgheitsmoment ab. Da das verwendete Elektret-Miniaturmikrofon nur wenige Gramm Masse aufweist, wird das Lastmoment im wesentlichen durch die Masse der Schwenkarme selbst bestimmt. Ein günstiges Verhältnis zwischen Masse und erzielbarem Flächenträgheitsmoment wird durch die Verwendung dünnwandiger Rohre mit großem Durchmesser erreicht. Derartige Rohre erzeugen aber im Schallfeld starke Reflexionen, Beugungen und Streuungen. Da die räumliche Abtasteinrichtung aber zur Untersuchung reflexionsarmer Räume eingesetzt werden sollte, bei denen die von den Wänden reflektierten Schallanteile klein gegenüber dem von der Schallquelle abgestrahlten Direktschall sind, muß die räumliche Abtasteinrichtung selber eine möglichst reflexionsarme Konstruktion darstellen. Für den Schwenkarm mit horizontaler Drehachse wurde daher eine Holz-Fachwerkkonstruktion gewählt. Das Fachwerk weist bei extrem niedrigem Anteil reflektierender Flächen eine hohe Steifigkeit auf. Holz bewirkt aufgrund seiner hohen inneren Dämpfung bei dynamischem Betrieb der Abtasteinrichtung eine starke Bedämpfung unerwünschter Armschwingungen. Für den Schwenkarm mit vertikaler Drehachse, der den Schwenkarm mit horizontaler Drehachse und dessen Antrieb trägt, wurde wegen der höheren Belastung eine Rohr-Konstruktion aus gelochtem Stahlblech gewählt. Für die Messungen wurde dieser Schwenkarm zur Verminderung der noch vorhandenen geringen Reflexionen zusätzlich mit einer Mineralfasermatte absorbierend verkleidet.

Die Motoren zur Bewegung der Schwenkarme wurden über entsprechende Schnittstellen durch den Digitalrechner gesteuert. Die Bestimmung der Drehwinkel erfolgte für den

Horizontalarm über eine Schrittmotorsteuerung kombiniert mit einer Impulszählung und für den Vertikalarm über eine optische Kodierscheibe.



Abbildung 4.3:

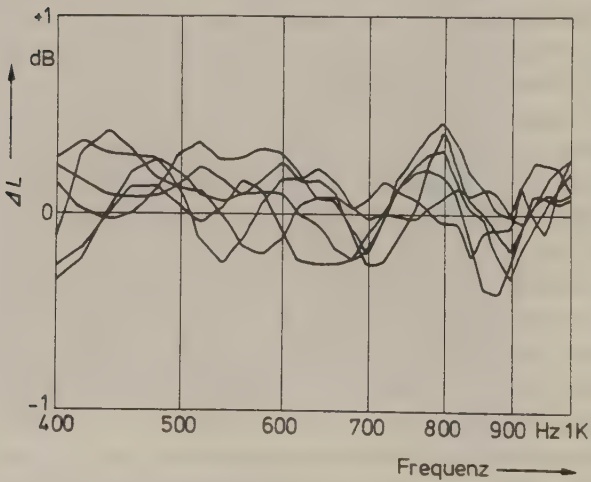
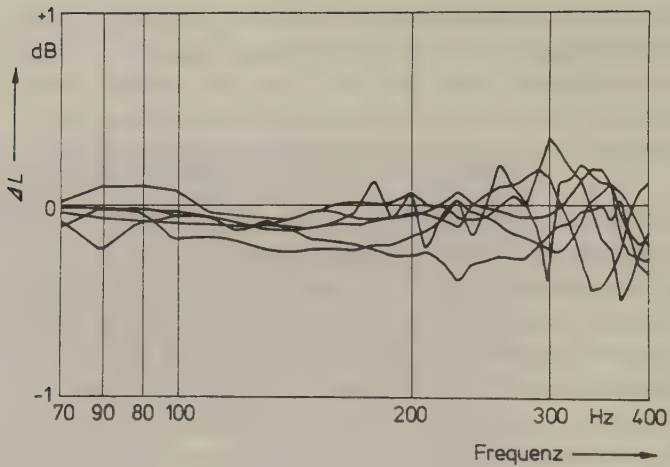
Zweiachsen-Mikrofonpositioniereinrichtung zur räumlichen Abtastung eines Schallfeldes auf einer kugelförmigen Oberfläche. Während der Messung war der Vertikalarm aus gelochtem Stahlblech und der zugehörige Antrieb mit Mineralfasermaterial schallabsorbierend verkleidet.

Der Radius der abgetasteten Kugelfläche betrug  $r = 1,215 \text{ m}$ . Zur Überprüfung der Positioniergenauigkeit der Abtasteinrichtung wurde die Anlage in einem Raum mit den Möglich-



keiten starrer mechanischer Bezugspunkte errichtet. Die an der Abtasteinrichtung durchgeführten theodolitischen Präzisionsmessungen haben ergeben, daß die Mikrofonorte bezüglich des angenommenen Polarkoordinatensystems mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,5^\circ$  bestimmt werden können.

Da die Abtasteinrichtung nur als reflexionsarm und nicht als reflexionsfrei angesehen werden kann, wurde der Einfluß der Abtasteinrichtung auf das Schallfeld am Mikrofonort meßtechnisch untersucht. Dazu wurden an insgesamt sechs auf der Kugelfläche verteilten Meßorten zwei Meßreihen durchgeführt. Bei der ersten Meßreihe wurde der Schalldruck über ein von der Abtasteinrichtung getragenes Mikrofon bestimmt. Für die zweite Meßreihe wurde das Meßmikrofon mit Hilfe von vorgespannten Nylonfäden ( $\varnothing 1 \text{ mm}$ ) an denselben acht Orten positioniert. Die Abtasteinrichtung wurde für diese Meßreihe aus dem reflexionsarmen Raum entfernt. Die Meßergebnisse der beiden Meßreihen wurden aufeinander bezogen, so daß man quasi die Freifeldübertragungsfunktion der Abtasteinrichtung erhalten hat. Die Messungen haben gezeigt, daß die Einflüsse der Abtasteinrichtung auf das Schallfeld am Mikrofonort im interessierenden Frequenzbereich bis 1 kHz kleiner als 0,5 dB sind. Für den Frequenzbereich zwischen 400 Hz und 1 kHz wurde ein kleiner Dodekaeder (B+K) eingesetzt. Die Richtcharakteristik eines Dodekaeders mit diesen Abmessungen führt auf der untersuchten Kugelfläche mit einem Radius von  $R = 1,215 \text{ m}$  zu räumlichen Pegelschwankungen in der Größenordnung von 0,5 dB. Es ist daher gemessen an den Abstrahleigenschaften realer Schallquellen nicht sinnvoll, die Einflüsse einer Abtasteinrichtung auf das Schallfeld am Mikrofonort durch konstruktive Maßnahmen weiter zu verringern.



Abbildungen 4.4 und 4.5 :

Meßfehler bei der Bestimmung des Schalldruckpegels  
verursacht durch Reflexionen der Mikrofonpositionier-  
einrichtung; für sechs unterschiedliche Mikrofonorte

oben : Frequenzbereich 70 Hz bis 400 Hz

unten : Frequenzbereich 400 Hz bis 1 kHz



Neben den Messungen im großen reflexionsarmen Raum ( $V = 121 \text{ m}^3$ ) wurden Messungen in einem kleinen reflexionsarmen Raum durchgeführt ( $V = 0,6 \text{ m}^3$ ). Dieser reflexionsarme Raum wurde für die Untersuchung elektroakustischer Wandler für raumakustische Modelluntersuchungen im Maßstab 1:10 konstruiert. Aufgrund der Abmessungen in Bezug auf die Wellenlänge der verwendeten Testsignale war es erforderlich, die mechanische Positioniereinrichtung außerhalb des reflexionsarmen Raumes zu montieren. Das Meßmikrofon wurde über eine Sonde entlang einer Geraden in z-Richtung bewegt. Durch Versetzen der kompletten Mikrofonpositioniereinrichtung wurde die Variation der Mikrofonorte bezüglich der x- und der y-Achse realisiert. Die Mikrofonpositioniereinrichtung entsprach dem im Kapitel 2 beschriebenen Versuchsaufbau.

#### 4.4 Meßergebnisse

##### 4.4.1 Untersuchte reflexionsarme Räume

Zur Überprüfung der in Abschnitt 4.2 wiedergegebenen Theorie wurden Messungen in zwei reflexionsarmen Räumen durchgeführt.

Bei dem untersuchten reflexionsarmen Raum des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum handelt es sich um einen Raum mit sechs hochabsorbierenden Begrenzungsflächen. Die lichten Abmessungen des Raumes betragen 5,32 m x 5,16 m x 4,91 m. Daraus ergibt sich ein lichtiges Volumen von  $V = 121 \text{ m}^3$ . Die aus akustischer Sicht nicht optimale Würfelstruktur war dabei durch die vorhandene Bausubstanz vorgegeben. Als reflexionsarme Auskleidung sind keilförmig strukturierte Mineralfaserplatten in "Zahnplattenform" eingesetzt worden. Durch die Wahl der "Zahnplatte" und durch die Montage ergibt sich eine maximale Auskleidungstiefe von 824 mm. Bei dem Mineralfasermaterial handelt es sich um Isover-Fassadendämmplatten SPF 2 der Firma Grünzweig + Hartmann und Glasfaser AG, Ludwigshafen. Die Platten sind jeweils 60 mm dick. Zur Erhöhung der Luftschalldämmung der vorhandenen Bausubstanz wurde vor den Wänden des zur Verfügung stehenden Raumes eine biegeeweiche Vorsatzschale aus einlagig montierten Gipskartonplatten errichtet. Diese biegeeweiche Vorsatzschale wurde im Bereich der vier Wände und der Decke eingesetzt. Die Luftschalldämmung des Fußbodens wurde durch die Einbringung eines schweren schwimmenden Estriches verbessert. Die Montage der reflexionsarmen Auskleidung erfolgte auf den Gipskartonplatten bzw. auf dem schwimmenden Estrich.

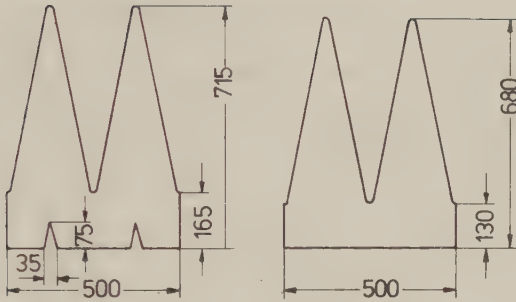


Abbildung 4.6:

Abmessungen der für die reflexionsarme Wandauskleidung eingesetzten beiden Mineralfaserplattentypen Isover SPF 2 in Zahnplattenform

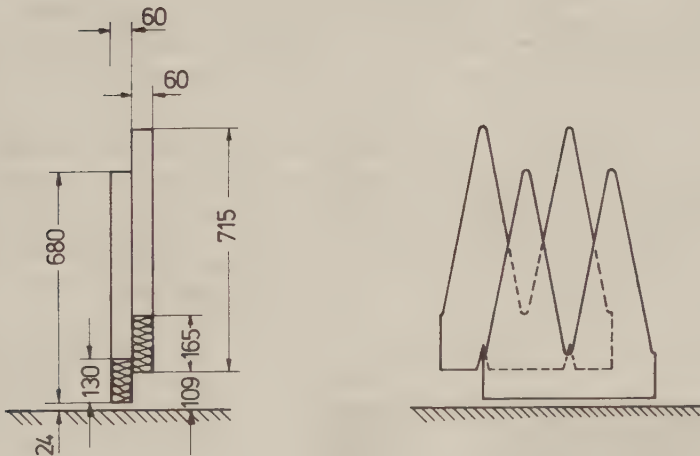


Abbildung 4.7:

Montage der Zahnplatten als reflexionsarme Wandauskleidung

Für Messungen im Zusammenhang mit raumakustischen Modelluntersuchungen im Maßstab 1:10 wurde am Lehrstuhl für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum ein kleiner reflexionsarmer Raum errichtet. Der Raum hat die lichten Abmessungen von 0,51 m x 1,36 m x 0,85 m. Daraus ergibt sich ein lichtiges Volumen von  $V = 0,6 \text{ m}^3$ . Für die reflexionsarme Wandauskleidung wurde ein keilförmig strukturierter Mineralfaserabsorber eingesetzt. Die Keile wurden mit Hilfe einer Stanzmatrix aus 8 mm dicken Mineralfaserplatten gefertigt. Bei den verwendeten Mineralfaserplatten handelt es sich um handelsübliche Randstreifen für die Verlegung von schwimmenden Estrichen (Grünzweig + Hartmann und Glasfaser AG, Typ Isover 8 mm x 80 mm). Die Keile wurden jeweils um ein halbes Modulmaß versetzt in einer quaderförmigen Kiste aus 19 mm dicken Holzspanplatten angeordnet. Zur Verbesserung der absorbierenden Eigenschaften bei tiefen Frequenzen wurde zwischen den Keilen und der schallharten Spanplatte eine 30 mm dicke Mineralfaserplatte montiert.

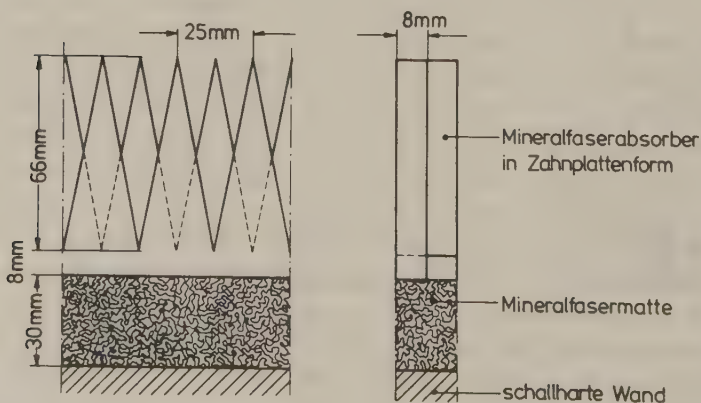


Abbildung 4.8:

Wandauskleidung eines kleinen reflexionsarmen Raumes für raumakustische Modelluntersuchungen

#### 4.4.2 Überprüfung der Modellrechnung

Mit Hilfe des im Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Auswertalgorithmus wurden aus Meßwerten von einer begrenzten Anzahl von Meßorten für die untersuchten reflexionsarmen Räume die Wandadmittanzen in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmt. Mit diesen Werten wurde entsprechend der Gleichung 4.1 in Abschnitt 4.2 der Schalldruck berechnet. Diese Gleichung ist die formelmäßige Grundlage der Modellrechnung. Die entsprechend der Modellrechnung bestimmten Werte für den Schalldruck  $p_{SIM}(x,y,z)$  wurden mit den meßtechnisch ermittelten Werten  $p_{MES}(x,y,z)$  verglichen. Der Vergleich zwischen den Werten der Modellrechnung und den Meßwerten erfolgte nicht nur für die Meßwerte, die für die Bestimmung der Wandadmittanzen herangezogen worden sind, sondern wurde für alle bei der räumlichen Schallfeldab-tastung erfaßten Meßorte durchgeführt. Für den großen re-flexionsarmen Raum wurde für den Vergleich insgesamt  $K = 612$  Meßorte und für den kleinen reflexionsarmen Raum  $K = 120$  Meßorte berücksichtigt. Für den Vergleich zwischen Meßwerten und Modellrechnung wurden nicht die Beträge der Größen herangezogen. Entsprechend den bereits in Abschnitt 4.3.1 angeführten Überlegungen wird als Vergleichsgröße der Abstand  $dp_N$  zweier Größen in der komplexen Ebene ver-wendet.

$$dp_N(x_N, y_N, z_N) = \left\{ \left[ \begin{aligned} & \text{Re}(p_{SIM,N}(x_N, y_N, z_N)) \\ & - \text{Re}(p_{MES,N}(x_N, y_N, z_N)) \end{aligned} \right]^2 + \left[ \begin{aligned} & \text{Im}(p_{SIM,N}(x_N, y_N, z_N)) \\ & - \text{Im}(p_{MES,N}(x_N, y_N, z_N)) \end{aligned} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (4.19)$$

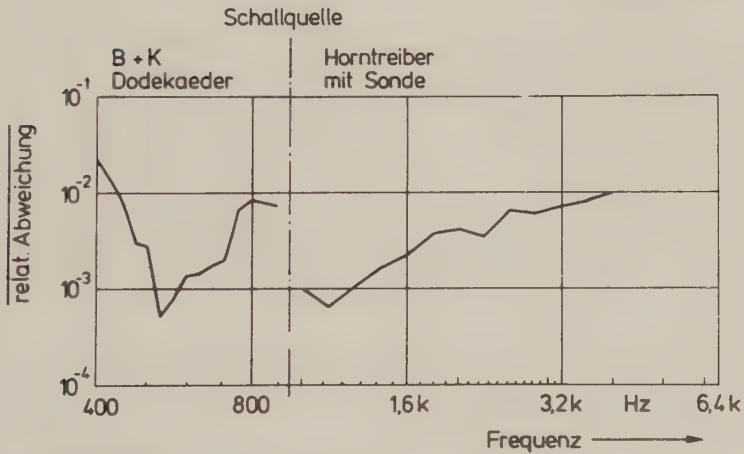
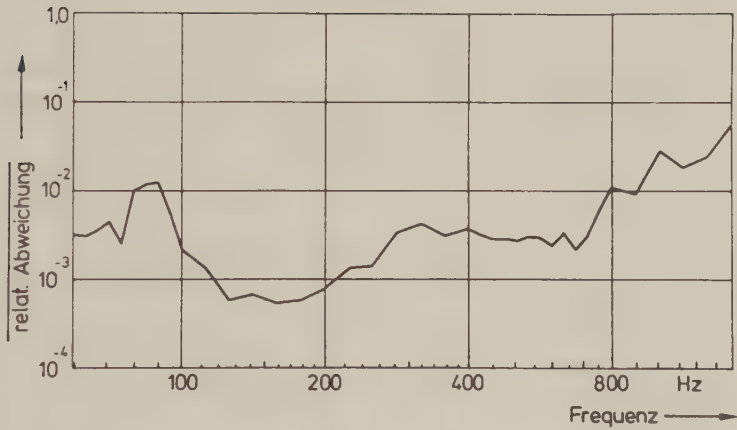
Da die Größe  $dp_N$  von der von der Schallquelle abgestrahlten Schalleistung abhängt, wird die relative Abweichung  $e$  eingeführt.

$$e_N(x_N, y_N, z_N) = \frac{dp_N(x_N, y_N, z_N)}{|p_{MES, N}(x_N, y_N, z_N)|} \quad (4.20)$$

Nach Mittelung der relativen Abweichung über alle abgetasteten Meßorte erhält man ein Maß für die Übereinstimmung zwischen der Modellrechnung und dem tatsächlichen, meßtechnisch ermittelten Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum.

$$\bar{e} = \frac{1}{K} \sum_{N=1}^K e_N(x_N, y_N, z_N) \quad (4.21)$$

In den Abbildungen 4.9 und 4.10 ist die mittlere relative Abweichung in Abhängigkeit von der Frequenz für die untersuchten reflexionsarmen Räume grafisch dargestellt. Für den großen reflexionsarmen Raum steigt die mittlere relative Abweichung bei Frequenzen unterhalb von 100 Hz auf Werte von 1 % an. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in diesem Frequenzbereich der Reflexionsfaktor der Wandauskleidung größer als 20 % ist. Die Modellrechnung beschreibt das Schallfeld aufgrund der getroffenen Annahmen für diesen Wertebereich des Reflexionsfaktors mit einer etwas geringeren Genauigkeit als für den Fall einer hochabsorbierenden Wandauskleidung. Für Frequenzen oberhalb von 700 Hz steigt die mittlere relative Abweichung mit zunehmender Frequenz. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der frequenzabhängigen Richtcharakteristik des verwendeten Rundstrahl-lautsprechers in Dodekaederform.



Abbildungen 4.9 und 4.10:

Mittlere relative Abweichungen zwischen Modellrechnung und Meßwerten in einem reflexionsarmen Raum

oben: großer Raum

unten: kleiner Raum, eingesetzte Kugelschallquellen

Frequenzbereich 400 Hz bis 900 Hz :

kleiner Dodekaeder (B + K)

Frequenzbereich oberhalb von 900 Hz :

Hornstreiber mit vorgesetzter dünner Sonde

Die durch die Wandreflexionen verursachten räumlichen Schalldruckbetragsschwankungen liegen dann in der Größenordnung, die durch die Abweichung der Richtcharakteristik des verwendeten Dodekaeders von der idealen kugelförmigen Richtcharakteristik verursacht werden. Entsprechendes Verhalten zeigen die Werte der mittleren bezogenen Abweichung für den kleinen reflexionsarmen Raum. Für die Frequenzen von 400 Hz bis 1000 Hz wurde ebenfalls ein Dodekaeder als Schallquelle verwendet. Für die Frequenzen oberhalb von 1000 Hz wurde ein Druckkammerlautsprecher mit einer vorgesetzten dünnen Sonde eingesetzt. Der Druckkammerlautsprecher befand sich bei den Messungen außerhalb des reflexionsarmen Raumes. Die Mündung der Sonde lag innerhalb des Raumes. Mit einem Durchmesser von 8 mm kann die Mündung als klein gegenüber der Wellenlänge der höchsten verwendeten Meßfrequenz betrachtet werden. Mit zunehmender Frequenz steigt auch die mittlere bezogene Abweichung. Die Ursache für dieses Verhalten liegt nicht in der Richtcharakteristik des Sondenlautsprechers. Die Positioniergenauigkeit der mechanischen Mikrofonpositioniereinrichtung lag für die Messungen im kleinen reflexionsarmen Raum bei  $\pm 1$  mm. Die auf die Wellenlänge bezogene relative Positioniergenauigkeit steigt aber mit zunehmender Frequenz an. Wie die Analyse der für die einzelnen Meßorte betrachteten bezogenen Abweichungen bei hohen Frequenzen gezeigt hat, werden die bezogenen Abweichungen im wesentlichen durch die Fehler bei der Bestimmung der geometrischen Größen bestimmt.



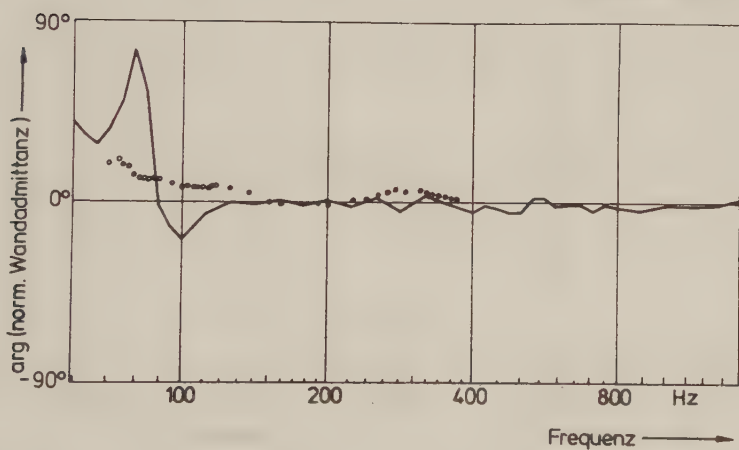
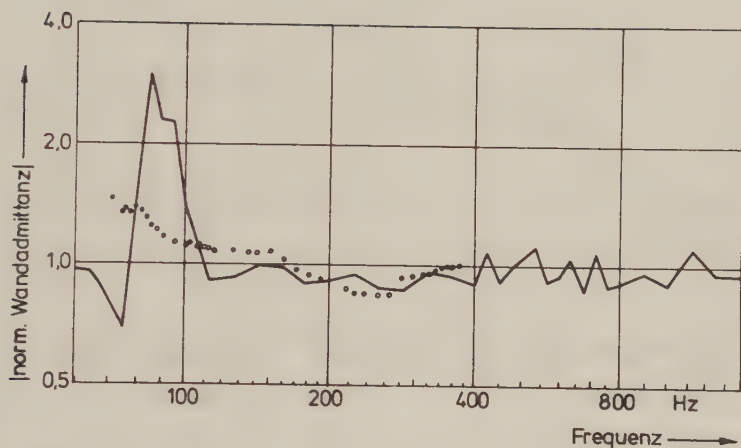
#### Zusammenfassung der Ergebnisse:

- Die Modellrechnung entsprechend Gleichung 4.1 beschreibt das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum in sehr guter Näherung. Die mittleren Abweichungen des Schalldruckes zwischen Modellrechnung und Messung liegen unter 1 %.
- Auch für den Fall, daß die reflexionsarme Wandauskleidung nicht mehr als hochabsorbierend angesehen werden kann, z.B. bei Werten des Reflexionsfaktors von 40 % und darüber, beschreibt die Modellrechnung des Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum mit hoher Genauigkeit. Dies gilt jedoch nur für Frequenzen unter 100 Hz.
- Das vorgeschlagene Meßverfahren setzt voraus, daß als Schallquelle ein Lautsprecher mit kugelförmiger Richtcharakteristik verwendet wird. Schon verhältnismäßig geringfügige Abweichungen von der idealen kugelförmigen Richtcharakteristik führen zu Fehlern bei der Auswertung. Die Anwendbarkeit des Verfahrens wird bei hohen Frequenzen durch die Verfügbarkeit geeigneter kugelförmig abstrahlender Schallquellen begrenzt.
- Die relative Positioniergenauigkeit einer Einrichtung zur Bewegung und Positionierung eines Meßmikrofons nimmt mit wachsender Frequenz ab. Bei höheren Frequenzen wird die Anwendbarkeit des Meßverfahrens durch die Möglichkeiten zur genauen Bestimmung der geometrischen Größen begrenzt.

#### 4.4.3 Normierte Wandadmittanz, Reflexionsfaktor; Vergleich der Meßergebnisse mit den Werten für senkrechten Schalleinfall im Kundtschen Rohr

Durch Anwendung des in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Auswertalgorithmus wurden aus Schalldruckmessungen in den untersuchten reflexionsarmen Räumen die normierten Wandadmittanzen bestimmt. Zusätzlich wurden die Wandadmittanzen in die entsprechenden Reflexionsfaktoren umgerechnet. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 4.11 bis 4.16 dargestellt. Die Berechnung der Wandadmittanzen und der Reflexionsfaktoren erfolgte hierbei unter der Annahme, daß jeweils alle sechs Begrenzungsflächen eines reflexionsarmen Raumes identisches Absorptionsverhalten aufweisen. Als Begrenzungsflächen werden die Flächen festgesetzt, die das lichte, nutzbare Volumen eines reflexionsarmen Raumes begrenzen. Die Begrenzungsflächen sind daher identisch mit den Flächen durch die Spitzen der längsten Absorberkeile des untersuchten Raumes. Aus den meßtechnisch ermittelten Wandadmittanzen wurden die in den Abbildungen 4.15 und 4.16 dargestellten Reflexionsfaktoren für senkrechten Schalleinfall berechnet.

Zum Vergleich der gewonnenen Meßergebnisse wurde für jeden der untersuchten Räume je eine Probe der reflexionsarmen Auskleidung im Kundtschen Rohr untersucht. Bei Messungen im Kundtschen Rohr läßt sich der Betrag des Reflexionsfaktors mit hoher Genauigkeit bestimmen. Die normgerechte (DIN 52 215) Bestimmung des Phasensprunges bereitet bei hochabsorbierenden Proben Schwierigkeiten, da die Minima sehr schwach ausgeprägt sind. Die aus dem Betrag des Reflexionsfaktors und dem Phasensprung bestimmten Werte für die normierten Wandadmittanz sind daher mit einem Fehler von über 10 % behaftet.



Abbildungen 4.11 und 4.12 :

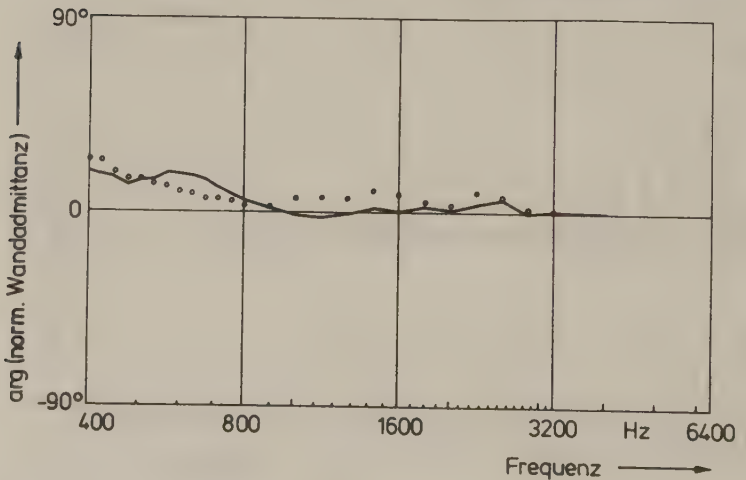
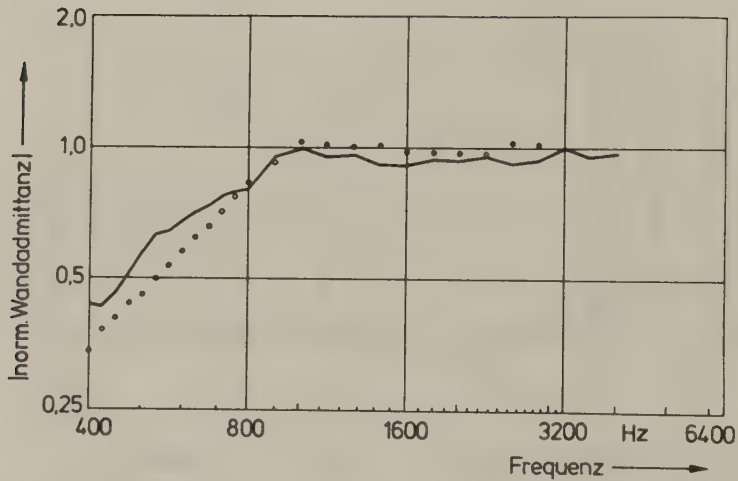
Normierte Wandadmittanz der reflexionsarmen Auskleidung des großen Raumes

— Bestimmung aus Schalldruckmessungen im Raum

ooo Messung im Kundtschen Rohr

oben : Betrag

unten : Phasenwinkel



Abbildungen 4.13 und 4.14 :

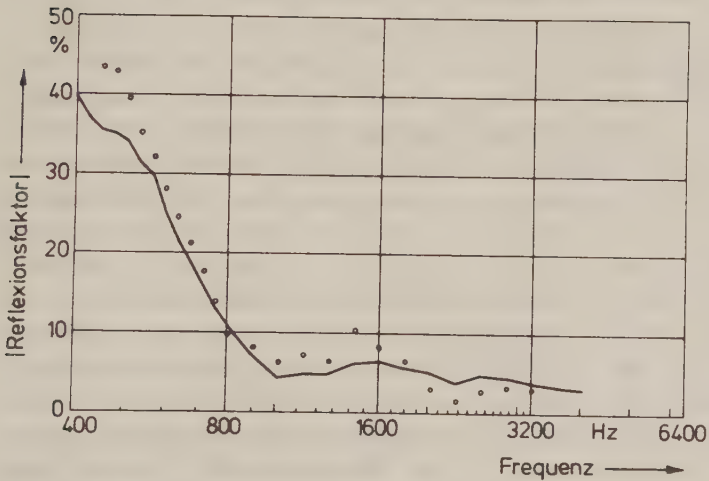
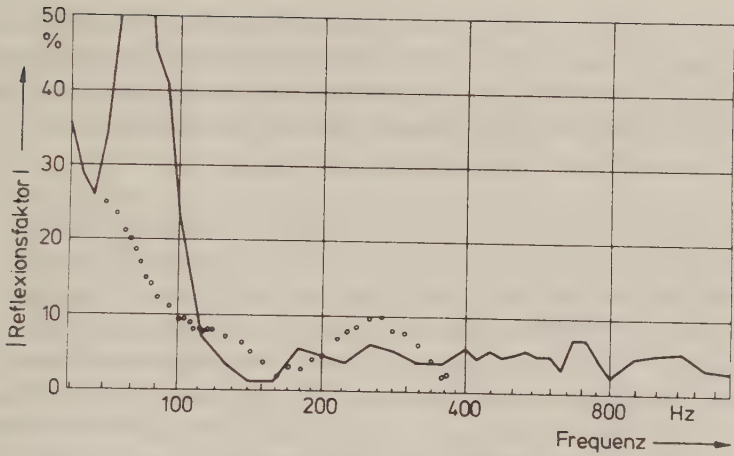
Normierte Wandadmittanz der reflexionsarmen Auskleidung des kleinen Modell-Raumes

— Bestimmung aus Schalldruckmessungen im Raum

... Messung im Kundtschen Rohr

oben : Betrag

unten : Phasenwinkel



Abbildungen 4.15 und 4.16

Betrag des Reflexionsfaktors der reflexionsarmen Auskleidungen

— Bestimmung aus Schalldruckmessungen im Raum

ooo Messung im Kundtschen Rohr

oben: großer Raum

unten: kleiner Modell-Raum

Für den kleinen Modell-Raum zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Werten für senkrechten Schalleinfall im Kundtschen Rohr und den Werten, die durch Anwendung des vorgeschlagenen Meßverfahrens aus Schalldruckmessungen im reflexionsarmen Raum gewonnen wurden.

Für den großen Raum zeigt sich für Frequenzen unterhalb von 100 Hz ein steiler Anstieg der Werte sowohl beim Betrag des Reflexionsfaktors als auch beim Betrag der normierten Wandadmittanz. Dies gilt jedoch nur für die Werte, die aus Schalldruckmessungen im Raum gewonnen wurden. Die Messung im Kundtschen Rohr weist einen derartig steilen Anstieg nicht auf. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der speziellen Unterkonstruktion des untersuchten reflexionsarmen Raumes. Die reflexionsarme Auskleidung des Raumes ist nicht wie üblich auf massiv ausgeführte Wände montiert, die im untersuchten Frequenzbereich als schallhart angesehen werden können. Aus bautechnischen Gründen mußte die reflexionsarme Wandauskleidung auf elastisch gelagerten, massearmen, biegeweichen Vorsatzschalen montiert werden. Im Wand- und Deckenbereich sind in Gummi- bzw. in Federelementen gelagerte Gipskartonplatten eingesetzt worden. Im Bodenbereich ist ein relativ schwerer schwimmender Estrich eingebracht worden. Aufgrund der unterschiedlichen Wandabstände der Vorsatzschalen und aufgrund der unterschiedlichen Materialien weisen alle sechs Vorsatzschalen unterschiedliches akustisches Verhalten auf. Es war daher erforderlich, die Wandadmittanz für jede der sechs Begrenzungsflächen zu bestimmen. Der entsprechende Auswertalgorithmus für sechs unterschiedliche Wandadmittanzen wurde bereits in Abschnitt 4.3.1 beschrieben.

In Abbildung 4.17 sind die Ergebnisse einer Auswertung unter der Annahme von sechs unterschiedlichen Wandausklei-

dungen wiedergegeben. Es sind nur die Werte bis zu einer Frequenz von  $f = 200$  Hz dargestellt. Für höhere Frequenzen ergaben sich zwischen den Werten für die einzelnen Flächen keine signifikanten Unterschiede. Aufgrund der andersartigen Unterkonstruktion nimmt die Bodenfläche gegenüber den anderen Begrenzungsflächen eine Sonderstellung ein. Die Meßergebnisse für diese Fläche sind in der Zeichnung als dicke Vollinie dargestellt. Sowohl Betrag als auch Phase der normierten Wandadmittanz haben bei tiefen Frequenzen einen anderen Verlauf als die Werte für die restlichen fünf Flächen. Der Betrag der normierten Wandadmittanz der Bodenfläche entspricht weitestgehend den Werten für senkrechten Schalleinfall im Kundtschen Rohr.

Eine biegeeweiche Vorsatzschale, die mit Abstand vor einer schallharten Wand montiert ist, stellt ein schwingfähiges System dar. Die Resonanzfrequenz wird durch den Wandabstand und die flächenbezogene Masse der Vorsatzschale bestimmt. Für die vier Wände würde sich rechnerisch eine Resonanzfrequenz von  $f_0 = 46$  Hz ergeben. Aufgrund des größeren Abstandes zwischen Vorsatzschale und Decke ergibt sich rechnerisch für diese Fläche eine Resonanzfrequenz von  $f_0 = 20$  Hz. Für den verlustfreien Fall gilt für die normierte Wandadmittanz der Vorsatzschale  $|v(f_0)| \rightarrow \infty$ . Für Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz wird die normierte Wandadmittanz im wesentlichen durch die flächenbezogene Masse der Vorsatzschale bestimmt und für  $f \gg f_0$  gilt  $|v(f)| \rightarrow 0$ . Dies entspricht dem schallharten Fall.

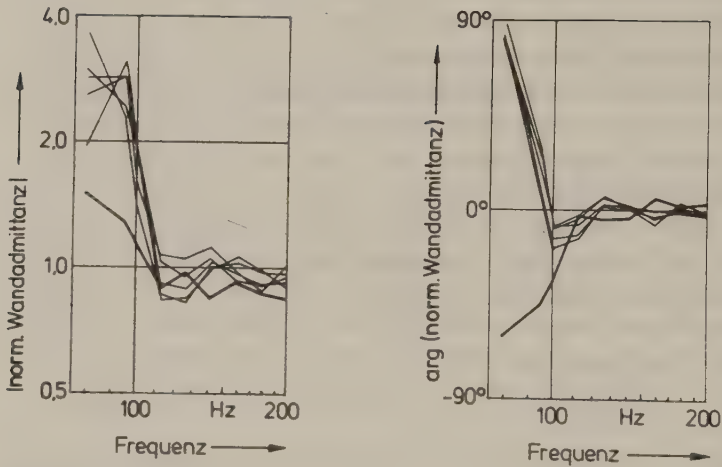


Abbildung 4.17:

Normierte Wandadmittanz der reflexionsarmen Auskleidung des großen Raumes für die Annahme von sechs unterschiedlichen Wandauskleidungen

- Wandflächen und Deckenfläche
- Bodenfläche

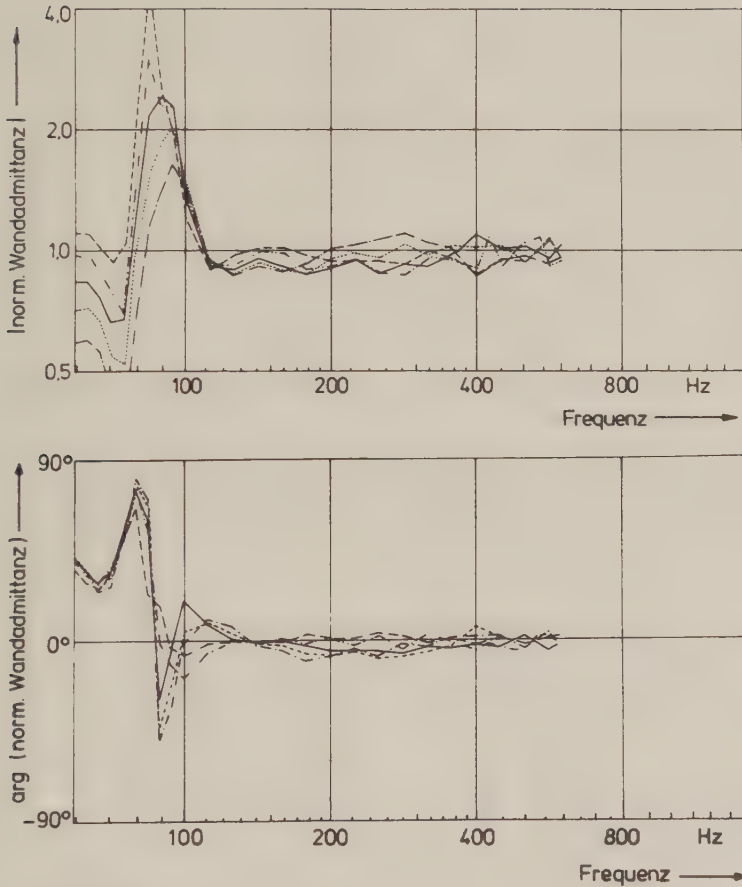
Für Frequenzen, bei denen die schallabsorbierende Auskleidung eines reflexionsarmen Raumes nicht mehr als vollabsorbierend betrachtet werden kann, macht sich der Einfluß der Unterkonstruktion auf das schallabsorbierende Verhalten des gesamten Aufbaus bemerkbar. Die Resonanzfrequenz der Vorsatzschalen liegt um ca. 30 Hz niedriger als das Maximum des resonanzartigen Verhaltens der gemessenen normierten Wandadmittanz und des daraus bestimmbaren Reflexionsfaktors. Versuche, die Einflüsse einer Vorsatzschale bei Messungen in der akustischen Meßleitung zu simulieren, erbrachten keine Aussagen, da es kaum möglich ist, eine Gipskartonplatte in einem Kundtschen Rohr so einzubauen, daß einerseits die Anordnung dicht gegenüber dem dahinter-



liegenden Hohlraum ist und andererseits die elastischen Eigenschaften der Anordnung durch die Abdichtung nicht beeinflußt werden. Das durch die Messungen festgestellte Verhalten der Unterkonstruktion kann seine Ursache in einem gegenüber der Modellannahme veränderten elastischen Verhalten des Aufbaus haben. In der Theorie des Schwingungsverhaltens der biegeweichen Vorsatzschale wird angenommen, daß die Nachgiebigkeit der Konstruktion im wesentlichen durch die Steifigkeit des Luftzwischenraumes bestimmt wird. Die statischen Lasten der Vorsatzschale müssen über geeignete Montageteile in das Gebäude geleitet werden. Die Nachgiebigkeit dieser Montageteile führt zu einer Verringerung der Gesamtnachgiebigkeit und damit zu einer Erhöhung der Resonanzfrequenz. Für den Aufbau weiterer reflexionsarmer Räume mit innenliegenden Vorsatzschalen zur Verbesserung der Luftschalldämmung sollten die Einflüsse der Unterkonstruktion auf das Verhalten der reflexionsarmen Auskleidung näher untersucht werden.

#### 4.4.4. Festlegung der Bezugsebene

Bei Messungen für senkrechten Schalleinfall im Kundtschen Rohr läßt sich der Betrag des Reflexionsfaktors ohne Festlegung einer Bezugsebene bestimmen. Für die Messung der normierten Wandimpedanz bzw. der normierten Wandadmittanz muß eine Bezugsebene festgelegt werden, für die diese Größen bestimmt werden sollen. In gleicher Weise muß für die Anwendung des hier vorgeschlagenen Meßverfahrens zur Bestimmung der Wandadmittanzen aus Schalldruckmessungen im reflexionsarmen Raum eine Bezugsebene festgelegt werden. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt angeführt wurde, wurden als Begrenzungsflächen die Flächen festgelegt, die das nutzbare lichte Volumen des reflexionsarmen Raumes begrenzen. Die Begrenzungsflächen sind daher identisch mit den Flächen durch die Spitzen der längsten Absorberkeile des untersuchten Raumes. Prinzipiell lassen sich mit dem Meßverfahren die Wandadmittanzen auch für eine andere Festlegung der Begrenzungsflächen bestimmen. In den Abbildungen 4.18 bis 4.20 sind die Ergebnisse entsprechend der Festlegung der Bezugsebenen in Abbildung 4.21 wiedergegeben. Ähnlich wie bei Messungen im Kundtschen Rohr ergeben sich für unterschiedliche Bezugsebenen unterschiedliche Werte für die Wandadmittanz. Auch für den Betrag des Reflexionsfaktors, der bei Messungen im Kundtschen Rohr unabhängig von der Wahl der Bezugsebene ist, ergeben die Messungen in einem reflexionsarmen Raum für unterschiedliche Begrenzungsflächen geringfügig unterschiedliche Werte. Mit Verlagerung der Bezugsebene in Richtung Keilbasis erhöhen sich die Werte für den Betrag des Reflexionsfaktors. Dieses Verhalten erklärt sich dadurch, daß mit einer Verlagerung

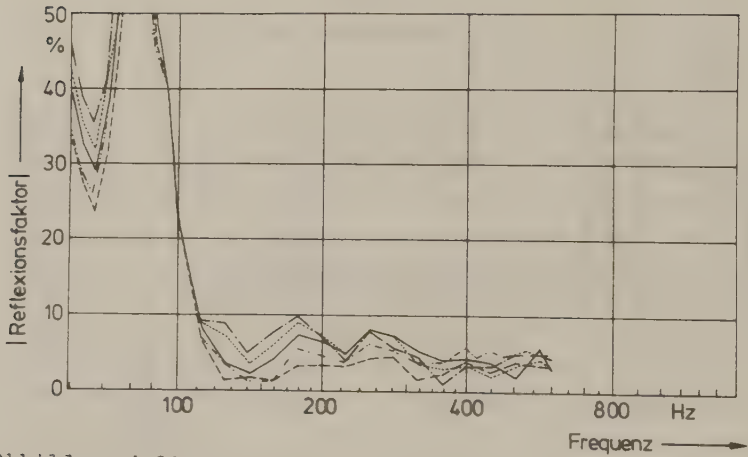


Abbildungen 4.18 und 4.19 :

Normierte Wandadmittanz der reflexionarmen Auskleidung des großen Raumes bei Festlegung unterschiedlicher Bezugsebenen (siehe Abbildung 4.21).  
Die Keilspitzenebene entspricht  $\Delta w = 0$  .

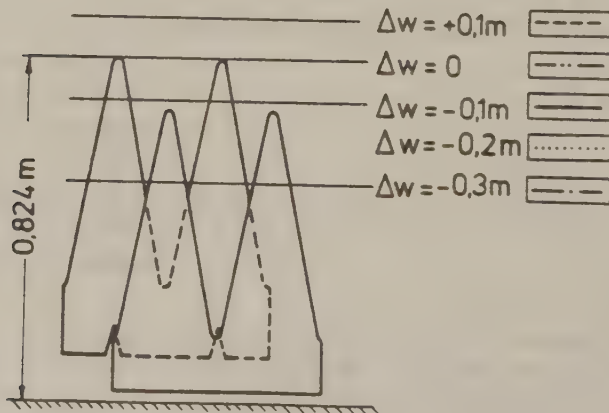
oben : Betrag

unten : Phasenwinkel



Abbildungung 4.20:

Betrag des Reflexionsfaktors der reflexionsarmen Auskleidung des großen Raumes bei Festlegung unterschiedlicher Bezugsebenen. Die Keilspitzenebene entspricht  $\Delta w = 0$ .



Abbildungung 4.21:

Festlegung der Bezugsebenen für die Meßergebnisse der Abbildungen 4.18 bis 4.20

der Bezugsebenen in Richtung Keilbasis auch rechnerisch eine Vergrößerung des angenommenen Abstandes zwischen den Wänden und der Schallquelle erfolgt. Daraus ergibt sich wegen des größeren Abstandes der Wände zum betrachteten Mikrofonort eine Abnahme der Intensität der reflektierten Schallanteile. Da aber das tatsächliche Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum trotz der virtuellen Verschiebung der Begrenzungsflächen unverändert bleibt, ergibt sich rechnerisch bei der virtuellen Verschiebung der Wand in Richtung Keilbasis eine Vergrößerung des Betrages des Reflexionsfaktors.

Für die Planung von reflexionsarmen Räumen ist es erforderlich, daß für die Gewährleistungsüberprüfung der einzuhaltenden Anforderungen für Wandadmittanz, Wandimpedanz oder Betrag des Reflexionsfaktors eine Bezugsebene festgelegt wird. Sinnvollerweise soll als Bezugsebene einer Wand die Ebene durch die Spitzen der längsten Keile festgelegt werden. Auch die aus der Literatur bekannten und in Kapitel 3 näher untersuchten Meßverfahren zur Bestimmung des Betrages des Reflexionsfaktors erfordern eine Festlegung der Bezugsebene für die der Betrag des Reflexionsfaktors bestimmt werden soll.

In der statistischen Raumakustik wird das Absorptionsverhalten einer Wandauskleidung durch den Absorptionsgrad beschrieben, eine Größe, die aus Schalleistungsbetrachtungen abgeleitet wird. Die Absorptionseigenschaften eines reflexionsarmen Raumes lassen sich ohne Festlegung einer Bezugsebene nicht durch den Absorptionsgrad oder eine verwandte Größe beschreiben. Dies ergibt sich daraus, daß durch eine andere Wahl der Bezugsebene, was einer virtuellen Verschiebung der Begrenzungsflächen gleichzusetzen ist, auch die effektive absorbierende Oberfläche der Begrenzungsflächen verändert wird.

#### 4.4.5 Einflüsse von Fehlern bei der Bestimmung der geometrischen Größen

Für die Anwendung des vorgeschlagenen Meßverfahrens ist eine genaue Kenntnis der Mikrofonorte notwendig, an denen das Schallfeld in dem untersuchten reflexionsarmen Raum abgetastet wurde. Da die Koordinaten der Mikrofonorte durch den Auswertalgorithmus mitverarbeitet werden, beeinflussen Fehler bei der Bestimmung der Mikrofonorte die Meßergebnisse. Es muß daher die Empfindlichkeit abgeschätzt werden, mit der das Verfahren auf Fehler bei der Bestimmung der geometrischen Größen reagiert.

Die räumliche Abtastung des Schallfeldes erfolgte im großen der beiden untersuchten Räume mit Hilfe der in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen Mikrofonpositionier-Einrichtung. In einer Simulationsrechnung wurde gegenüber dieser präzisen Bestimmung der Mikrofonorte ein räumlicher Versatz aller zur Auswertung herangezogenen Mikrofonorte um einen Betrag  $\Delta r$  angenommen.

In den Abbildungen 4.22 und 4.23 ist der relative Betragsfehler bzw. der Phasenfehler der normierten Wandadmittanz wiedergegeben. Dabei wurden die Werte für die Präzisionsabtastung mit den Werten der angenommenen räumlichen Fehlabtastung verglichen.

Wie aus der grafischen Darstellung ersichtlich ist, steigt der relative Betragsfehler und der Phasenfehler mit zunehmender Frequenz an. Dieses Verhalten ergibt sich daraus, daß der auf die Wellenlänge bezogene Fehler bei der Bestimmung des Mikrofonortes proportional zur Frequenz ist. Strebt man für den relativen Betragsfehler einen Wert von kleiner 1 % und für den Phasenfehler einen Wert von

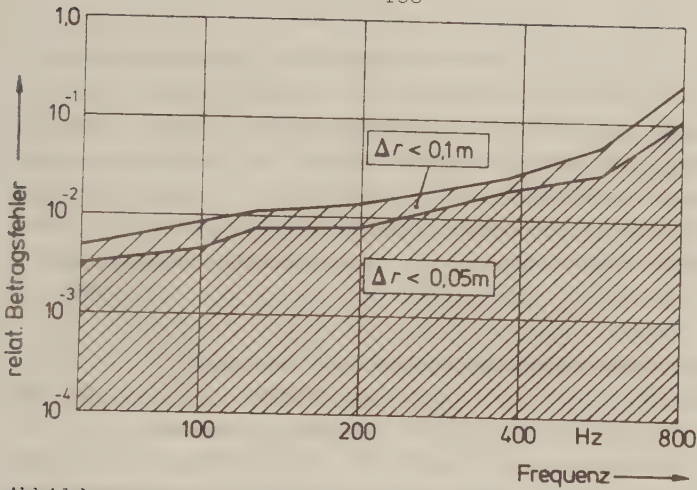


Abbildung 4.22 :

Relativer Fehler des Betrages der normierten Wandadmittanz, verursacht durch einen Fehler  $\Delta r$  bei der Bestimmung der Mikrofonorte

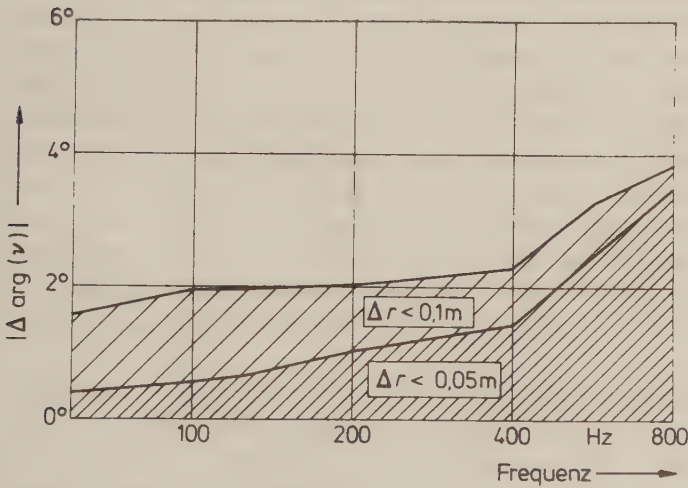


Abbildung 4.23 :

Phasenfehler der normierten Wandadmittanz, verursacht durch einen Fehler von  $\Delta r$  bei der Bestimmung der Mikrofonorte

kleiner 1 % an, so darf der Fehler bei der Erfassung der Mikrofonorte einen Wert von 0,03 $\lambda$  nicht überschreiten. Dies bedeutet, daß für eine Meßfrequenz von 1 kHz die Mikrofonorte mit einer Toleranz von  $\pm 10$  mm bestimmt werden müssen. Dies ist in der Regel noch mit einigem Aufwand realisierbar. Mit zunehmender Frequenz sind die Anforderungen an die Auflösbarkeit und Genauigkeit der Ortsbestimmung mit vertretbaren Mitteln nicht mehr erfüllbar.

Das vorgeschlagene Meßverfahren ist wegen der Probleme bei der Bestimmung der geometrischen Größen mit den üblichen Ausrüstungen akustischer Laboratorien bei Frequenzen, die wesentlich oberhalb von 1 kHz liegen, nicht mehr umsetzbar. Für die Untersuchungen im kleinen Modell-Raum wurde eine spezielle Mikrofonpositioniereinrichtung eingesetzt, die bezüglich der Bestimmung der Mikrofonorte mit hinreichender Genauigkeit bis zu einer Frequenz von 10 kHz verwendet werden kann.



#### 4.4.6 Anzahl der benötigten Meßorte

Zur Bestimmung der normierten Wandadmittanzen wird für den in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Auswertealgorithmus eine räumliche Überabtastung des Schallfeldes vorausgesetzt. Diese räumliche Überabtastung führt zu einem überbestimmten Gleichungssystem. Tastet man dagegen nur gerade so viele Meßorte ab, wie man mindestens zur Bestimmung der Unbekannten benötigt, so kann das Gleichungssystem je nach Wahl der Meßorte singulär werden. Da dieser Fall relativ häufig auftritt, ist es sinnvoll, eine räumliche Überabtastung vorzunehmen und die Bestimmung der Unbekannten durch den beschriebenen Auswertealgorithmus durchzuführen. Der Auswertealgorithmus läßt sich prinzipiell für jede beliebig große Anzahl von Meßorten anwenden, was jedoch zu einem entsprechenden Aufwand an Rechenzeit führt. Im Vergleich dazu ist der Aufwand bei der Abtastung einer Vielzahl von Meßorten und der Erfassung der entsprechenden akustischen und geometrischen Meßgrößen noch wesentlich höher. Es ist offensichtlich, daß eine zu große räumliche Überabtastung keine zusätzlichen Informationen liefert. Diesbezüglich durchgeführte Versuche haben gezeigt, daß eine Vergrößerung der Anzahl der Meßorte über einen Wert von 20 hinaus ohne Einfluß auf die gewonnenen Meßergebnisse ist. Geht man mit der Anzahl der ausgewerteten Meßorte auf einen Wert von zehn herunter, läßt sich der Betrag der normierten Wandadmittanz noch mit einem relativen Fehler kleiner als 3 % bestimmen.

Setzt man die durch den Auswertealgorithmus bestimmten Größen in die Modellrechnung ein und vergleicht man für jeden der bei der Auswertung berücksichtigten Meßorte den Wert der Modellrechnung mit dem entsprechenden Meßwert, so lassen sich leicht die Meßorte bestimmen, an denen die

Abweichung zwischen Modell und Messung ein Maximum aufweist. Eine durchgeführte Einzelanalyse solcher Punkte hat gezeigt, daß diese Abweichungen meist nur auf einige wenige Punkte beschränkt sind. Durch Vergleich mit den räumlich benachbarten Meßorten ließ sich in fast allen Fällen nachweisen, daß die einzelnen ausgeprägten Abweichungen zwischen Modellrechnung und Messung auf Fehler bei der Erfassung, Weiterleitung oder Umwandlung der akustischen Meßgrößen zurückzuführen war. Durch die Möglichkeit des Vergleiches zwischen Modellrechnung und Meßdaten lassen sich so Fehler bei der Erfassung der akustischen Größen detektieren. Nach Detektion der Meßorte mit fehlerhafter Erfassung der akustischen Größen ist eine erneute Anwendung des Auswertalgorithmus notwendig, wobei die entsprechenden Meßorte nicht mehr zur Auswertung herangezogen werden.

## 5. WEITERE ANWENDUNGEN

Wie die Messungen in zwei unterschiedlichen reflexionsarmen Räumen gezeigt haben, kann das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum in sehr guter Näherung durch die Gleichung 4.1 beschrieben werden. Das Schallfeld setzt sich aus der Überlagerung des von der Schallquelle abgestrahlten Direktschalles  $p_{DIR}(x,y,z)$  und den von den sechs Begrenzungsflächen reflektierten Schallanteilen  $p_{REF}(x,y,z)$  zusammen. Hat man durch das in Kapitel 4 beschriebene Meßverfahren die normierten Wandadmittanzen der reflexionsarmen Wandauskleidungen meßtechnisch bestimmt, so ist es möglich, für ein gewähltes Ortepaar für Schallquelle und Mikrofon den von den Begrenzungsflächen reflektierten Schall in Bezug auf den Direktschall zu bestimmen.

$$p_{DIR}(x,y,z,x_0,y_0,z_0) = -\frac{1}{4\pi R_1} e^{-j\beta R_1} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} p_{REF}(x,y,z,x_0,y_0,z_0) = & - \sum_{i=1}^6 \frac{1}{4\pi R_{2i}} e^{-j\beta R_{2i}} \\ & + \left[ \sum_{i=1}^6 \frac{\beta v_i}{2\pi} e^{-j\beta R_{2i}} \right. \\ & \left. \cdot \sum_{l=1}^3 \frac{a_l}{\beta R_{2i}(1+v_i \cos \theta_i) - j b_l} \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

mit  $R_1$ ,  $R_{2i}$ ,  $\theta_i$ ,  $v_i$  und  $\beta$  entsprechend den Gleichungen 4.2, 4.3 und folgende .

$a_l$  und  $b_l$  sind reelle Konstanten entsprechend Gleichung 1.58 .

Aus der Möglichkeit der rechnerischen Trennung von Direkt-  
schall und reflektiertem Schall ergeben sich mehrere An-  
wendungen für meßtechnische Problemstellungen in refle-  
xionsarmen Räumen.

## 5.1 Messung von akustischen Übertragungsfunktionen

Eine häufige Aufgabenstellung in reflexionsarmen Räumen ist die Messung der Übertragungsfunktion von elektroakustischen Wandlern. Bei der Messung der Übertragungsfunktion von Schallsendern verwendet man in der Regel ein Meßmikrofon mit bekannter Übertragungsfunktion, wobei der Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion des Meßmikrofons in dem interessierenden Frequenzbereich in Abhängigkeit von der Frequenz konstant sind. Betrachtet man das Schallfeld zwischen dem zu untersuchenden Schallsender und dem Meßmikrofon mit bekannter Übertragungsfunktion als Zweitor, so kann die Übertragungsfunktion des Schallsenders nur bestimmt werden, wenn die Übertragungsfunktion des Zweitores "Luftstrecke" bekannt ist. Bei Messungen in reflexionsarmen Räumen geht man davon aus, daß der Betrag der Übertragungsfunktion des Zweitores "Luftstrecke" von der Frequenz unabhängig ist und die Phase linear mit der Frequenz ansteigt. Für ideale reflexionsfreie Räume ist diese Annahme erfüllt. In der Realität sind die Räume aber nur reflexionsarm. Die Einflüsse der noch vorhandenen Restreflexionen müssen also durch geeignete Korrekturen berücksichtigt werden.

$L_{DIR}(x,y,z)$  sei der Schalldruckpegel des Direktschalles am Mikrofonort  $(x,y,z)$ .  $L_{MES}(x,y,z)$  sei der am selben Ort in einem realen reflexionsarmen Raum gemessene Schalldruckpegel.  $L_{DIR}$  ist ein von den frequenzabhängigen Wandreflexionen unabhängiger Schalldruckpegel, wie er in einem idealen reflexionsfreien Raum gemessen werden könnte.

Aus den Gleichungen 5.1 und 5.2 läßt sich  $L_{DIR}$  bestimmen.

$$L_{DIR}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = L_{MES}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) - \Delta L(x, y, z, x_0, y_0, z_0) \quad (5.3)$$

Als Korrekturwert  $\Delta L$  für den logarithmierten Betrag der Übertragungsfunktion erhält man

$$\Delta L(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = 20 \lg \frac{|p_{MES}(x, y, z, x_0, y_0, z_0)|}{|p_{DIR}(x, y, z, x_0, y_0, z_0)|} \quad (5.4)$$

$$p_{MES}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = p_{DIR}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) + p_{REF}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) \quad (5.5)$$

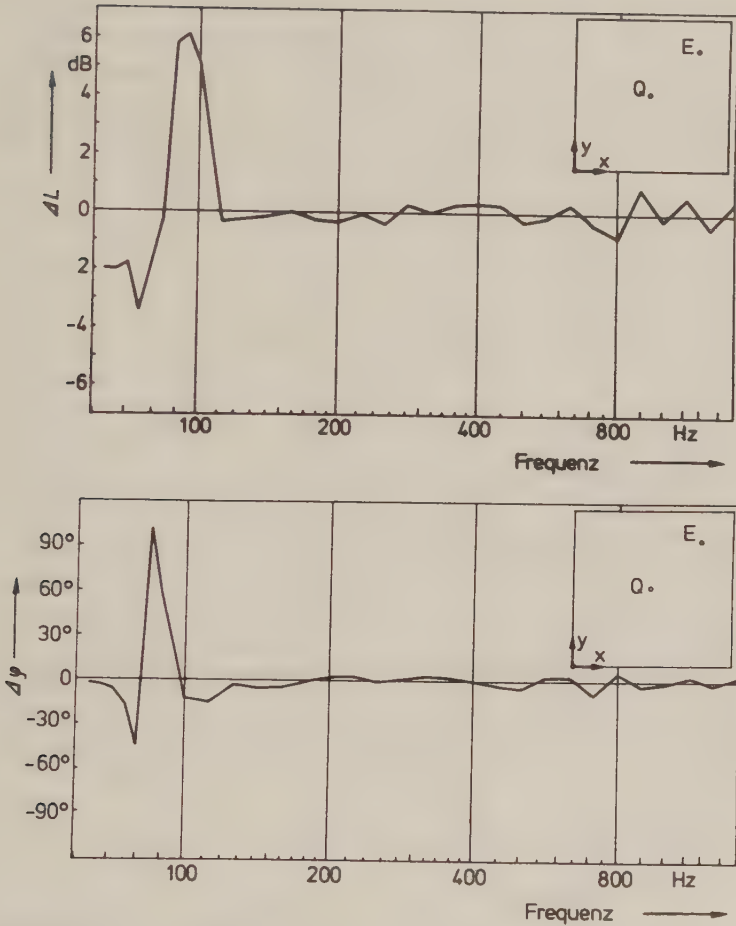
Analog dazu lassen sich für die Messung von Übertragungsfunktionen Korrekturwerte  $\Delta \phi$  für die Phase angeben:

$$\Delta \phi(x, y, z, x_0, y_0, z_0) = \phi_{MES}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) - \phi_{DIR}(x, y, z, x_0, y_0, z_0) \quad (5.6)$$

$$\phi_{MES} = \arg(p_{MES}(x, y, z, x_0, y_0, z_0)) \quad (5.7)$$

$$\phi_{DIR} = \arg(p_{DIR}(x, y, z, x_0, y_0, z_0)) \quad (5.8)$$

Für den reflexionsarmen Raum des Lehrstuhls für allgemeine Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum wurden die Korrekturwerte entsprechend den Gleichungen 5.4 und 5.6. berechnet. Exemplarisch sind die Korrekturwerte für ein Ortepaar von Schallquelle und Mikrofon in den Abbildungen 5.1 und 5.2 grafisch dargestellt. Dabei wurde an-



Abbildungen 5.1 und 5.2 :

Korrekturwerte für die Messung von Übertragungsfunktionen  
für ein Ortepaar Q-E in einem reflexionsarmen Raum

oben : Korrekturen für den Pegel des Betrages

unten : Korrekturen für den Phasenwinkel

Ort der Schallquelle : Q = ( 2,60 m , 2,62 m , 1,38 m )

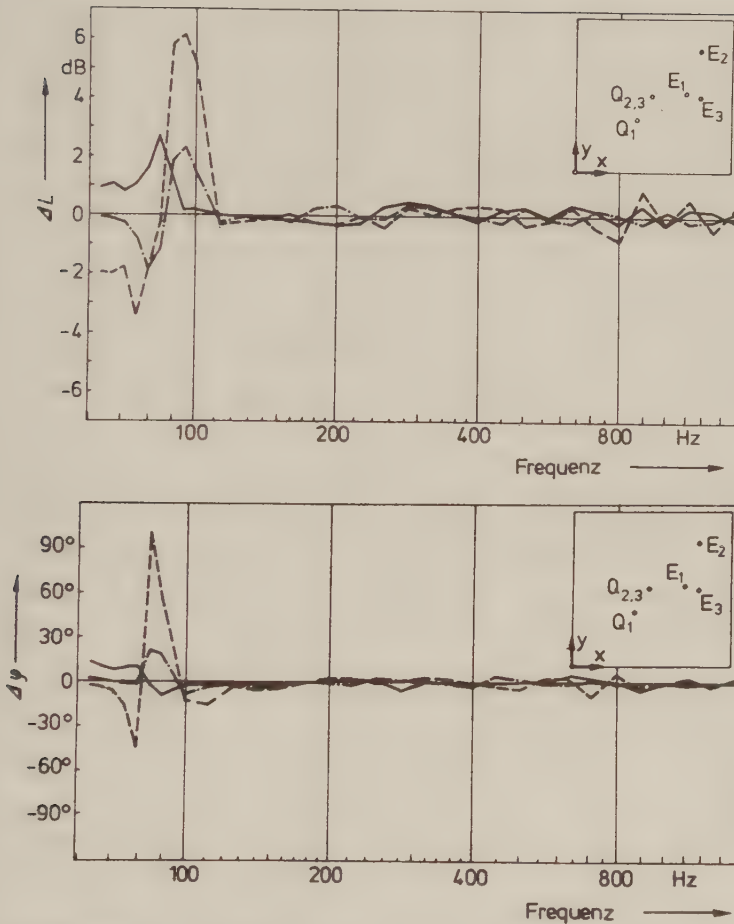
Mikrofonort : E = ( 4,26 m , 4,14 m , 1,38 m )

Raumabmessungen : ( 5,32 m , 5,16 m , 4,91 m )

genommen, daß die Schallquelle kugelförmig abstrahlt. Wie die grafische Darstellung der Korrekturwerte zeigt, sind nur bei tiefen Frequenzen Werte zu berücksichtigen, die sich wesentlich von null unterscheiden. In diesem Frequenzbereich haben aber praktisch alle in Frage kommenden Schallquellen kugelförmige Abstrahlverhalten.

Da die Korrekturwerte von der Wahl des Ortepaares für Schallquelle und Mikrofon abhängig sind, wäre es sinnvoll, Ortepaare zu suchen, bei denen die Korrekturwerte so klein sind, daß sie nach durchgeführter Messung für die Übertragungsfunktion nicht mehr berücksichtigt werden müssen. Für die Minimierung der Korrekturwerte in Abhängigkeit vom Ortepaar läßt sich keine Strategie angeben, so daß solche Orte durch Ausprobieren gefunden werden müssen. In den Abbildungen 5.3 und 5.4 sind die Korrekturwerte für drei unterschiedliche Ortepaare grafisch dargestellt. Dies ist ein Ausschnitt aus für acht Ortepaare durchgeführte Berechnungen der Korrekturwerte. Es zeigt sich, daß man schon mit wenigen Versuchen eine deutliche Minimierung der Korrekturwerte erzielen kann. Die  $x, y$ -Komponenten des Quellenortes für die beiden ungünstigeren Fälle liegen fast symmetrisch zu den Raumachsen. Ein zu den Raumachsen unsymmetrischer Quellenort bewirkt also deutlich geringere Korrekturwerte.





Abbildungen 5.3 und 5.4:

Korrekturen für die Messung von Übertragungsfunktionen für drei Ortepaaire in einem reflexionsarmen Raum

oben: Korrekturen für den Pegel des Betrages

unten: Korrekturen für den Phasenwinkel

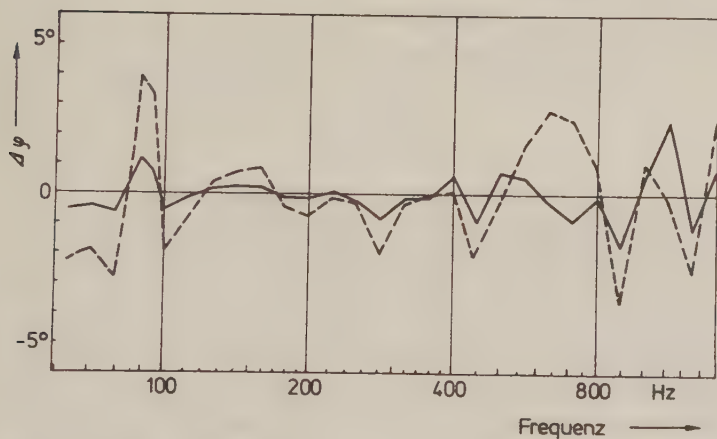
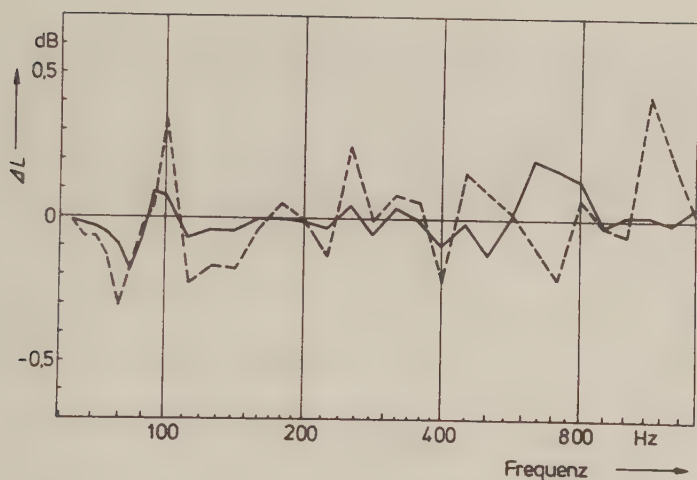
—  $Q_1 = (2,1 \text{ m}, 1,8 \text{ m}, 1,38 \text{ m})$  ;  $E_1 = (3,8 \text{ m}, 2,8 \text{ m}, 1,8 \text{ m})$

---  $Q_2 = (2,6 \text{ m}, 2,6 \text{ m}, 1,38 \text{ m})$  ;  $E_2 = (4,26 \text{ m}, 4,14 \text{ m}, 1,38 \text{ m})$

-.-.  $Q_3 = (2,6 \text{ m}, 2,6 \text{ m}, 1,38 \text{ m})$  ;  $E_3 = (4,26 \text{ m}, 2,6 \text{ m}, 1,38 \text{ m})$

Raumabmessungen (5,32 m, 5,16 m, 4,91 m)

Bei der Messung der Übertragungsfunktion von Schallempfängern setzt man oft ein Bezugsmikrofon mit bekannter Übertragungsfunktion ein. Die Messungen mit dem Bezugsmikrofon und mit dem zu untersuchenden Schallempfänger werden nacheinander durchgeführt und dann aufeinander bezogen. Da dafür zwei zeitversetzte Messungen durchgeführt werden müssen, ist es von Interesse, inwieweit die Reproduzierbarkeit der Orte für das Vergleichsmikrofon und für den Schallempfänger die Meßergebnisse beeinflußt. Die Ortsempfindlichkeit der Bezugsmessung wurde für zwei Fälle für den reflexionsarmen Raum in Bochum berechnet. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 5.5. und 5.6 grafisch dargestellt. Für einen Abstand der beiden Mikrofonorte von 0,2 m ergeben sich Pegelabweichungen von kleiner 0,4 dB. Da die Mikrofonorte in einem reflexionsarmen Raum ohne großen Aufwand mit einer Genauigkeit von kleiner 0,1 m reproduziert werden können, ergibt sich für zeitversetzte Vergleichsmessungen nur eine geringe Empfindlichkeit bezüglich der Reproduzierbarkeit der Mikrofonorte.



Abbildungen 5.5 und 5.6:

Fehler durch Ortsversatz der Mikrofone bei der Bestimmung von Übertragungsfunktionen durch Bezugsmessungen in einem reflexionsarmen Raum.

oben: logarithmierter Betragsfehler

unten: Phasenfehler

— Ortsversatz 0,05 m

--- Ortsversatz 0,20 m

## 5.2. Messung der Schalleistung nach dem Hüllflächenverfahren

Zur Bestimmung der von einer Schallquelle abgestrahlten Schalleistung  $P$  wird um die Schallquelle eine Hüllfläche  $S$  gelegt und über diese Hüllfläche wird die austretende Schallintensität  $\vec{J}$  aufintegriert.

$$P = \oint_S \cdot \frac{1}{T} \int_T \vec{J}(t) \, dt \, dS \quad (5.9)$$

$$\vec{J}(t) = p(t) \cdot \vec{v}(t) \quad (5.10)$$

$\vec{J}$  Schallintensitätsvektor

$S$  Hüllfläche

$p(t)$  Schalldruck an einem Meßpunkt auf der Hüllfläche

$\vec{v}(t)$  Schallschnelle am selben Meßpunkt

$\vec{e}_n$  Normalenvektor der Hüllfläche  $S$  am Meßpunkt

$$P = \oint_S \cdot \frac{1}{T} \int_T p(t) \cdot (\vec{v}(t) \cdot \vec{e}_n) \, dt \, dS \quad (5.11)$$

Für die Bestimmung der Schallintensitätskomponente senkrecht zur Hüllfläche muß das Skalarprodukt von Schallschnelle  $\vec{v}$  und Hüllflächennormalenvektor  $\vec{e}_n$  gebildet werden. Schnellemikrofone mit entsprechenden Eigenschaften existieren derzeit noch nicht. Ein Weg zur Bestimmung der Größe  $\vec{v} \cdot \vec{e}_n$  führt über die Messung des Schalldruckgradienten. Dazu wird näherungsweise der Schalldruck an zwei bezogen auf die Wellenlänge dicht beieinander liegenden Orten bestimmt. Da diese und ähnliche Methoden sehr empfindlich auf Phasenfehler reagieren, ist der apparative Aufwand für eine derartige Meßmethode außerordentlich hoch.

Befindet sich jeder Punkt der Hüllfläche im Fernfeld der Schallquelle und wurde die Hüllfläche so gelegt, daß für jeden Punkt der Hüllfläche der Normalenvektor die gleiche Richtung wie die Schallschnelle hat, so kann die Schallintensität über das Quadrat des Schalldruckes bestimmt werden.

$$P = \oint_S \frac{1}{\rho_0 c} \cdot \frac{1}{T} \int_T p^2(t) dt dS \quad (5.12)$$

$$\overline{p^2} = \frac{1}{S} \oint_S \frac{1}{T} \int_T p^2(t) dt dS \quad (5.13)$$

$$L_p = 10 \lg (\overline{p^2}/p_0^2) + 10 \lg (S/S_0) \quad (5.14)$$

$$L_p = \overline{L} + L_s \quad (5.15)$$

$p_0$  Bezugsschalldruck

$S_0$  Bezugshüllfläche  $S_0 = 1 \text{ m}^2$

$\overline{L}$  Meßflächen-Schalldruckpegel

Dabei ist  $L_s$  eine Größe, die von der Wahl der Hüllfläche abhängt (DIN 45 635, Blatt 1, Hüllflächen-Verfahren; ISO 3745). Es wird vorausgesetzt, daß der Meßflächen-Schalldruckpegel durch die von der Schallquelle abgestrahlte Schallwelle erzeugt wird. Die Gleichung (5.15) ist also nur unter der Voraussetzung eines freien Schallfeldes direkt anwendbar. Wird der Direktschall von Wandreflexionen überlagert, so ist der Meßflächen-Schalldruck eine Größe, die nicht nur proportional der abgestrahlten Schalleistung ist, sondern auch noch durch die überlagerten Wandreflexionen beeinflusst wird. Für den reflexionarmen Raum des Lehrstuhls für allg. Elektrotechnik und Akustik der Ruhr-Universität Bochum wurde für eine kugelförmig abstrahlende Schallquelle eine konzentrische kugelförmige Hüllfläche mit einem Radius von

$r = 1,215$  m gewählt. Auf der kugelförmigen Hüllfläche wurden 140 Meßpunkte so verteilt, daß jeder Meßpunkt repräsentativ für ein Flächenelement der Größe  $A$  war mit  $A = 4\pi r^2 / 140$ . Für jeden Meßpunkt wurde mit Hilfe eines Korrekturwertes der Direktschallanteil  $L_{DIR}$  berechnet. Nach Summation über alle 140 Meßpunkte läßt sich für die gewählte Hüllfläche ein Korrekturausdruck  $\Delta L_p$  für den Meßflächen-Schalldruckpegel  $\bar{L}$  berechnen.

$$\bar{L}_{MES} = \frac{1}{M} \sum_{N=1}^M L_{MES,N}(x_N, y_N, z_N, x_Q, y_Q, z_Q) \quad (5.16)$$

$$\bar{L}_{DIR} = \frac{1}{M} \sum_{N=1}^M L_{DIR,N}(x_N, y_N, z_N, x_Q, y_Q, z_Q) \quad (5.17)$$

$$\Delta L_p = \bar{L}_{MES} - \bar{L}_{DIR} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} L_{DIR,N}(x_N, y_N, z_N, x_Q, y_Q, z_Q) &= L_{MES,N}(x_N, y_N, z_N, x_Q, y_Q, z_Q) \\ &\quad - \Delta L_N(x_N, y_N, z_N, x_Q, y_Q, z_Q) \end{aligned} \quad (5.19)$$

$\Delta L_N$  ist entsprechend den Gleichungen 5.1 bis 5.5 zu berechnen.

$\Delta L_p$  in Abhängigkeit von der Frequenz ist in Abbildung 5.7 grafisch dargestellt. Auch bei niedrigen Frequenzen, bei denen der Reflexionsfaktor der Wandauskleidung deutlich über dem nach ISO 3745 maximal zulässigen Wert von 10 %

liegt, sind die Korrekturwerte  $\Delta L_p$  kleiner als  $\pm 0,4$  dB. In ISO 3745 werden für die Abtastung der Hüllfläche mindestens 20 Mikrofonpositionen gefordert. Für das hier behandelte Beispiel mit 140 Mikrofonpositionen sind die Voraussetzungen für Präzisionsmessungen bezüglich des Raumeinflusses auch bei Frequenzen unterhalb von 100 Hz erfüllt (ISO 3745, "precision method"; DIN 45 635, Blatt 1, "Genauigkeitsklasse 1").

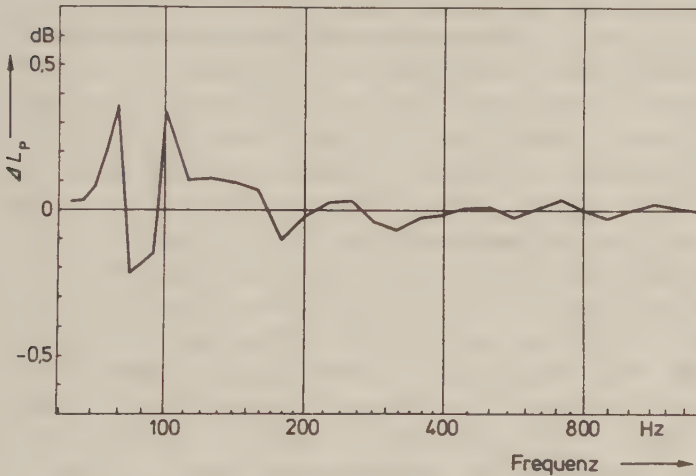


Abbildung 5.7:

Korrekturwerte für Schalleistungsmessungen in einem reflexionsarmen Raum;

Hüllflächenabtastung entlang einer Kugelfläche mit dem Radius  $r = 1,215$  m

Raumabmessungen (5,32 m , 5,16 m , 4,91 m)

## Zusammenfassung

Das vorgestellte Meßverfahren bestimmt aus Schalldruckmessungen in einem reflexionsarmen Raum sowohl Betrag als auch Phasenwinkel der Wandimpedanzen der reflexionsarmen Begrenzungsflächen des Raumes.

Das Meßverfahren basiert auf einem neuen Modell zur Berechnung des Schallfeldes in einem reflexionsarmen Raum. In diesem Modell werden die Wände des reflexionsarmen Raumes als ebene, hochabsorbierende, lokal reagierende Begrenzungsflächen angenommen. Durch Messungen an einem keilförmig strukturierten Faserabsorber im Modellmaßstab konnte gezeigt werden, daß sich eine derartige reflexionsarme Auskleidung wie eine lokal reagierende Fläche verhält. Trifft eine sich kugelförmig ausbreitende Schallwelle auf eine hochabsorbierende Fläche, so ist eine sich entlang der Fläche ausbreitende Oberflächenwelle dominanter Teil der von der Fläche reflektierten Schallwelle. Im Gegensatz zu den aus der Literatur bekannten Modellen wird durch das hier vorgestellte Rechenmodell die Oberflächenwelle berücksichtigt. Eine Überprüfung der Theorie an zwei reflexionsarmen Räumen hat gezeigt, daß das Rechenmodell das Schallfeld in einem reflexionsarmen Raum mit großer Genauigkeit beschreibt.

Für die Anwendung des Meßverfahrens müssen die Schalldrücke in einem reflexionsarmen Raum nach Betrag und Phasenwinkel an maximal zwanzig Meßorten sowie die Raumkoordinaten der Mikrofonorte, des Schallquellenortes und der Begrenzungsflächen erfaßt werden. Aus der notwendigen räumlichen Überabtastung des Schallfeldes ergibt sich ein überbestimmtes System, welches durch einen speziellen Auswertealgorithmus gelöst wird. Mit dem Meßverfahren lassen



sich entsprechend den sechs Begrenzungsflächen eines quaderförmigen Raumes die Wandadmittanzen für alle sechs Flächen getrennt voneinander bestimmen. Durch Anwendung des Meßverfahrens konnten für einen der untersuchten reflexionsarmen Räume die Einflüsse der Unterkonstruktion hinter der reflexionsarmen Auskleidung nachgewiesen werden. Im Gegensatz zu den aus der Literatur bekannten Verfahren erlaubt das hier vorgestellte Meßverfahren eine Bestimmung der Wandadmittanzen, bei der die Meßergebnisse nicht mehr durch die spezielle Wahl der Lautsprecher- und Mikrofonorte beeinflußt werden.

# L I T E R A T U R

Ando, Y. (1968)

The "Interference Pattern Method" of Measuring the Complex Reflection Coefficient of Acoustic Materials at Oblique Incidence

6th International Congress on Acoustics, Tokyo

Vortrag E-33

Beranek, L.L. und Sleeper, H.P. (1946)

The Design and Construction of Anechoic Sound Chambers

Journal of the Acoustical Society of America

Vol. 18, Nr. 1, S. 140 - 150

Bruchmüller, H.-G. (1977)

Messung des Absorptionsgrades einer nach dem "Perlschnurprinzip" aufgebauten Wandverkleidung eines reflexionsarmen Raumes

Applied Acoustic, Vol. 10, S. 181 - 189

Cremer, L. und Müller, H.A. (1978)

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik,

Band I, S. 117-121, S. Hirzel Verlag, Stuttgart.

DIN 45 635, Blatt 1

Geräuschmessung an Maschinen,

Luftschallmessung, Hüllflächenverfahren

Ausgabe: Januar 1972

DIN 52 215

Bauakustische Prüfungen

Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz im Rohr

Ausgabe: Dezember 1963

Diestel, H.G. (1962)

Zur Schallausbreitung in reflexionsarmen Räumen

Acustica, Vol. 12, S. 113 - 118

Diestel, H.G. (1963)

Probability Distribution of Sinusoidal Sound Pressure in a Room

Journal of the Acoustical Society of America,

Vol. 35, S. 2019 - 2022

Diestel, H.G. (1968)

Messung des mittleren Reflexionsfaktors der Wandauskleidung in einem reflexionsarmen Raum

Acustica, Vol. 20, S. 101 - 104

Donato, R.J. (1976)

Propagation of a spherical wave near a plane boundary  
with a complex impedance

Journal of the Acoustical Society of America

Vol. 60, No. 1, S. 34 - 39

Epprecht, G.W., Kurtze, G., Lauber, A. (1954)

Bau eines reflexionsarmen Raumes für Schallwellen und  
elektrische Dezimeterwellen

Acustica, Vol. 4, Beiheft, S. 567 - 577

Gautsch, W. und Cahill, W.F.

Exponential Integral and Related Functions

in: Handbook of Mathematical Functions

edited by M. Abramowitz and I.A. Stegun

S. 227 - 250

Grütmacher, M. (1963)

Der neue schalltote Raum der Physikalisch-Technischen  
Bundesanstalt

Acustica, Vol. 13, S. 373 - 376

Ingerslev, F., Pedersen, O.J., Møller, P.K. (1967/68)

New Rooms for Acoustic Measurements at the Danish  
Technical University

Acustica, Vol. 19, S. 185 - 199

ISO 3745

Acoustics - Determination of sound power levels of  
noise sources - Precision methods for anechoic and  
semi-anechoic rooms, First edition 1977-05-15.

Hoffmann, Th. (1980)

Meßmethode zur Bestimmung der Güte reflexionsarmer Räume  
in: Fortschritte der Akustik, DAGA'80, Heidelberg

VDE-Verlag, Berlin, S. 367 - 370

Koidan, W., Hruska, G.R., Pickett, M.A. (1972)

Wedge Design for National Bureau of Standards

Anechoic Chamber

Journal of the Acoustical Society of America

Vol. 52, Nr. 4, S. 1071 - 1076

Koidan, W. and Hruska, G.R. (1978)

Acoustical properties of the National Bureau of Standards  
Anechoic Chamber

Journal of the Acoustical Society of America,

Vol. 64, S. 508 - 516

- Kraak, W., Jahn, G., Fasold, W. (1960)  
Ein neuer großer reflexionsarmer Raum für Schallwellen  
Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, Band 69, Heft 1  
S. 1 - 7
- Kurtze, G. (1952)  
Untersuchung zur Verbesserung der Auskleidung schallge-  
dämpfter Räume  
Acustica, Vol. 2, Beiheft 2. S. AB 104 - AB 107
- Kuttruff, H. und Bruchmüller, H.-G. (1973)  
Zur Messung der Wandabsorption in reflexionsarmen Räumen  
in: Fortschritte der Akustik, DAGA'73, Aachen  
VDE-Verlag, Berlin, S. 431 - 434
- Kuttruff, H. und Bruchmüller, H.-G. (1974)  
Zur meßtechnischen Überprüfung reflexionsarmer Räume  
Acustica, Vol. 30, S. 343 - 349
- Lawhead, R.B. und Rudnick, I. (1951)  
Acoustic Wave Propagation along a Constant Normal  
Impedance Boundary  
Journal of the Acoustical Society of America,  
Vol. 23, S. 546 - 549
- Leichsenring, J. und Scherer, P. (1970)  
Überprüfung der unteren Grenzfrequenz eines reflexions-  
armen Raumes durch Messung seiner Nachhallzeit  
Frühjahrstagung der DPG, Bochum 1970  
Verhandlung der DPG, 3/1970, AK-26
- Mechel, F.P. und Borchard, W. (1978)  
Ein neuer Schallabsorber für schalltote Räume  
in: Fortschritte der Akustik, DAGA'76, Bochum  
VDE-Verlag, Berlin, S. 173 - 176
- Meyer, E., Buchmann, G., Schoch, A. (1940)  
Eine neue Schallschluckanordnung hoher Wirksamkeit und  
der Bau eines schallgedämpften Raumes  
Akustische Zeitschrift, Nr. 5, S. 352 - 364
- Meyer, E., Kurtze, G., Severin, H., Tamm, K. (1953)  
Ein neuer großer reflexionsarmer Raum für Schallwellen  
und kurze elektromagnetische Wellen  
Acustica, Vol. 3, S. 409 - 420
- Moller, P.K. (1973)  
On the Measurement of deviations from the Inverse  
Pressure/Distance Law at High Frequencies  
Acustica, Vol. 29, S. 358 - 360

Peterson, G.E., Hellwarth, G.A., Dunn, H.K. (1967)  
An Anechoic Chamber with Blanket-Wedge Construction  
Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 15, Nr. 1  
S. 67 - 72

Rother, P. und Nutsch, J. (1962)  
Prinzip und Anwendung einer neuartigen Wandverkleidung  
für reflexionsarme Räume  
4th International Congress on Acoustics, Copenhagen  
Vortrag M 44

Rudnick, I. (1947)  
The Propagation of an Acoustic Wave along a Boundary  
Journal of the Acoustical Society of America,  
Vol. 19, No. 2, S. 348 - 356

Thomasson, S.-I. (1976)  
Reflection of waves from a point source by an impedance  
boundary  
Journal of the Acoustical Society of America,  
Vol. 59, S. 780 - 785

Venzke, G. und Sonntag, M. (1969)  
Zum Einfluß der verschiedenen Parameter auf die Grenz-  
frequenz von Keilabsorbern für Luftschall  
Acustica, Vol. 22, S. 262 - 266

Wenzel, A.R. (1974)  
Propagation of waves along an impedance boundary  
Journal of the Acoustical Society of America  
Vol. 55, S. 956 - 963



# A.1. Berechnung der Koeffizienten

Das Schallfeld in einem quaderförmigen reflexionsarmen Raum wird durch die Gleichung 4.1 beschrieben.

$$\begin{aligned}
 p(x, y, z) = & -\frac{1}{4\pi R_1} \cdot e^{-j\beta R_1} \\
 & - \sum_{i=1}^6 \frac{1}{4\pi R_{2i}} \cdot e^{-j\beta R_{2i}} \\
 & + \left( \sum_{i=1}^6 \frac{\beta v_i}{2\pi} \cdot e^{-j\beta R_{2i}} \cdot \right. \\
 & \quad \left. \cdot \sum_{l=1}^3 \frac{u_l}{\beta R_{2i} (1 + v_i \cos \theta_i) - j w_l} \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.1} \hat{=} (A.1)$$

$$R_1 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \tag{4.2} \hat{=} (A.2)$$

$$R_{2i} = \sqrt{(x - x_{SPQ,i})^2 + (y - y_{SPQ,i})^2 + (z - z_{SPQ,i})^2} \tag{4.3} \hat{=} (A.3)$$

$$\begin{aligned}
 \theta_i = & \text{Winkel zwischen den Geraden} \\
 & (x_{SPQ,i}, y_{SPQ,i}, z_{SPQ,i}) - (x, y, z) \text{ und} \\
 & (x_{SPQ,i}, y_{SPQ,i}, z_{SPQ,i}) - (x_0, y_0, z_0)
 \end{aligned}
 \tag{A.4}$$

$(x, y, z)$  = betrachteter Feldpunkt im Raum

$(x_0, y_0, z_0)$  = Ort der Schallquelle

$(x_{SPQ,i}, y_{SPQ,i}, z_{SPQ,i})$  = Ort der Spiegelschallquelle  
der i-ten Wand

$v$  = normierte Wandadmittanz der i-ten Wand

$\beta$  = Phasenkoeffizient  $\beta = 2\pi / \lambda$

$u_1 = 0,711\ 093$   $w_1 = 0,415\ 775$

$u_2 = 0,027\ 851\ 8$   $w_2 = 2,294\ 28$

$u_3 = 0,010\ 389$   $w_3 = 6,29$

Für die weitere mathematische Ableitung sind die folgenden Vereinbarungen sinnvoll :

- ° Die auftretenden Grössen werden nicht mehr durch einzelne Buchstaben mit einem oder mehreren Indices gekennzeichnet, sondern durch Ausdrücke aus mehreren Buchstaben, wobei die numerischen Indices durch nachgesetzte Klammerausdrücke ersetzt werden. Diese Darstellung entspricht der Handhabung in der Datenverarbeitung und dient der besseren Übersichtlichkeit.
  - ° Alle in der Modellrechnung auftretenden Geometrie-grössen werden als auf die Wellenlänge  $\lambda$  bezogene Grössen dargestellt.
  - ° Die Anzahl der Messorte sei endlich und gleich  $M$ . Die Messorte werden in aufsteigender Reihenfolge mit dem Zählindex  $N$  gekennzeichnet.
- $(x_w, y_w, z_w)$  = Abmessungen des reflexionsarmen Raumes



$$RQ(N) = R_{1N} / \lambda \quad (A.5)$$

$$RSQ(I, N) = R_{2iN} / \lambda \quad (A.6)$$

$$COSTET(I, N) = \cos \theta_{iN} \quad (A.7)$$

$$U(L) = u_1 \quad (A.8)$$

$$W(L) = w_1 \quad (A.9)$$

$$PSIM(N) = p(x_N, y_N, z_N) \cdot \lambda \text{ nach Gleichung A.1} \quad (A.10)$$

$$PMES(N) = \text{gemessener Schalldruck} \\ \text{am Ort } (x_N, y_N, z_N) \quad (A.11)$$

Damit ergibt sich für PSIM(N) :

$$\begin{aligned} PSIM(N) = & - \left( 1 / (4\pi RQ(N)) \right) \cdot \exp(-j2\pi RQ(N)) \\ & - \sum_{I=1}^6 \left( 1 / (4\pi RSQ(I, N)) \right) \cdot \exp(-j2\pi RSQ(I, N)) \\ & + \left[ \sum_{I=1}^6 v(I) \cdot \exp(-j2\pi RSQ(I, N)) \cdot \right. \\ & \cdot \sum_{L=1}^3 U(L) / (2\pi RSQ(I, N) (1+v(I) COSTET(I, N) - jW(L))) \left. \right] \end{aligned} \quad (A.12)$$

$$\begin{aligned} DP(N)^2 = & ( \operatorname{Re}(PSIM(N)) - \operatorname{Re}(C \ PMES(N)) )^2 + \\ & ( \operatorname{Im}(PSIM(N)) - \operatorname{Im}(C \ PMES(N)) )^2 \end{aligned} \quad (4.5) \hat{=} \quad (A.13)$$

$$v(I) = A(I) + j B(I) \quad (A.14)$$

$$DP(N)^2 =$$

$$\begin{aligned} & \{ - \frac{\cos(2\pi RQ(N))}{4\pi RQ(N)} \\ & - \sum_{I=1}^6 \frac{\cos(2\pi RSQ(I,N))}{4\pi RSQ(I,N)} \\ & + [ \sum_{I=1}^6 A(I) \cdot \cos(2\pi RSQ(I,N)) \\ & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi RSQ(I,N) \cdot (1+A(I) \cdot COSTET(I,N))}{N(L,I,N)} ] \\ & + [ \sum_{I=1}^6 A(I) \cdot \sin(2\pi RSQ(I,N)) \\ & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{-U(L) (2\pi RSQ(I,N) \cdot B(I) \cdot COSTET(I,N) - W(L))}{N(L,I,N)} ] \\ & + [ \sum_{I=1}^6 B(I) \cdot \sin(2\pi RSQ(I,N)) \\ & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi RSQ(I,N) \cdot (1+A(I) \cdot COSTET(I,N))}{N(L,I,N)} ] \\ & + [ \sum_{I=1}^6 B(I) \cdot \cos(2\pi RSQ(I,N)) \\ & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) (2\pi RSQ(I,N) \cdot B(I) \cdot COSTET(I,N) - W(L))}{N(L,I,N)} ] \\ & - \text{REC Re(PMES(N))} \\ & + \text{IMC Im(PMES(N))} \}^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ + \frac{\sin(2\pi RQ(N))}{4\pi RQ(N)} \right. \\
 & + \sum_{I=1}^6 \frac{\sin(2\pi RSQ(I,N))}{4\pi RSQ(I,N)} \\
 & - \left[ \sum_{I=1}^6 A(I) \cdot \sin(2\pi RSQ(I,N)) \right. \\
 & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi RSQ(I,N) \cdot (1+A(I) \cdot \text{COSTET}(I,N))}{N(L,I,N)} \left. \right] \\
 & + \left[ \sum_{I=1}^6 A(I) \cdot \cos(2\pi RSQ(I,N)) \right. \\
 & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{-U(L) \cdot (2\pi RSQ(I,N) \cdot B(I) \cdot \text{COSTET}(I,N) - W(L))}{N(L,I,N)} \left. \right] \\
 & + \left[ \sum_{I=1}^6 B(I) \cdot \cos(2\pi RSQ(I,N)) \right. \\
 & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi RSQ(I,N) \cdot (1+A(I) \cdot \text{COSTET}(I,N))}{N(L,I,N)} \left. \right] \\
 & + \left[ \sum_{I=1}^6 B(I) \cdot \sin(2\pi RSQ(I,N)) \right. \\
 & \cdot \sum_{L=1}^3 \frac{-U(L) \cdot (2\pi RSQ(I,N) \cdot B(I) \cdot \text{COSTET}(I,N) - W(L))}{N(L,I,N)} \left. \right] \\
 & - \text{IMC} \cdot \text{Re}(\text{PMES}(N)) \\
 & - \text{REC} \cdot \text{Im}(\text{PMES}(N)) \left. \right\}^2
 \end{aligned}
 \tag{A.15}$$

$$\text{REC} = \text{Re}(C)
 \tag{A.16}$$

$$\text{IMC} = \text{Im}(C)
 \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
 N(L,I,N) & = [2\pi RSQ(I,N) \cdot (1+A(I) \cdot \text{COSTET}(I,N))]^2 \\
 & + [B(I) \cdot 2\pi RSQ(I,N) \cdot \text{COSTET}(I,N) - W(L)]^2
 \end{aligned}
 \tag{A.18}$$

Entsprechend dem in Abschnitt 4.3.1. beschriebenen iterativen Verfahren werden die Grössen A(I) und B(I) in den Ausdrücken

$$\sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi \text{RSQ}(I, N) \cdot (1 + A(I) \cdot \text{COSTET}(I, N))}{N(L, I, N)}$$

$$\sum_{L=1}^3 \frac{U(L) (2\pi \text{RSQ}(I, N) \cdot B(I) \cdot \text{COSTET}(I, N) - W(L))}{N(L, I, N)}$$

durch geeignete Schätzwerte A0(I) und B0(I) ersetzt.

Als Abkürzung werden folgende Grössen eingesetzt :

$$\text{CR}(I, N) = \cos(2\pi \text{RSQ}(I, N)) \quad (\text{A.19})$$

$$\text{SR}(I, N) = \sin(2\pi \text{RSQ}(I, N)) \quad (\text{A.20})$$

$$\text{C}(I, N) = \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) \cdot 2\pi \text{RSQ}(I, N) \cdot (1 + \text{AO}(I) \text{COSTET}(I, N))}{N(L, I, N)} \quad (\text{A.21})$$

$$\text{D}(I, N) = \sum_{L=1}^3 \frac{U(L) (2\pi \text{RSQ}(I, N) \text{BO}(I) \text{COSTET}(I, N) - W(L))}{N(L, I, N)} \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} \text{N}(L, I, N) = & [2\pi \text{RSQ}(I, N) \cdot (1 + \text{AO}(I) \cdot \text{COSTET}(I, N))]^2 + \\ & + [\text{BO}(I) \cdot 2\pi \text{RSQ}(I, N) \cdot \text{COSTET}(I, N) - W(L)]^2 \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Setzt man die Gleichungen A.19 bis A.23 in die Gleichung A.15 ein und ersetzt man die Variablen A(I), B(I), REC und IMC durch folgende Grössen

$$\text{A}(I) = \text{AO}(I) + \text{DA}(I) \quad \text{mit } \text{DA}(I) \ll \text{AO}(I) \quad (\text{A.24})$$

$$\text{B}(I) = \text{BO}(I) + \text{DB}(I) \quad \text{mit } \text{DB}(I) \ll \text{BO}(I) \quad (\text{A.25})$$

$$\text{REC} = \text{RO} + \text{DR} \quad \text{mit } \text{DR} \ll \text{RO} \quad (\text{A.26})$$

$$\text{IMC} = \text{IO} + \text{DI} \quad \text{mit } \text{DI} \ll \text{IO} \quad (\text{A.27})$$

erhält man für die Grössen  $DP(N)^2$  folgenden Ausdruck :

$$\begin{aligned}
 DP(N)^2 = & \left\{ \sum_{I=1}^6 DA(I) [CR(I,N) C(I,N) - SR(I,N) D(I,N)] \right. \\
 & + \sum_{I=1}^6 DB(I) [SR(I,N) C(I,N) + CR(I,N) D(I,N)] \\
 & - DR \cdot \text{Re}(PMES(N)) \\
 & + DI \cdot \text{Im}(PMES(N)) \\
 & + REKO(N) \left. \right\}^2 + \\
 & \left\{ - \sum_{I=1}^6 DA(I) [SR(I,N) C(I,N) + CR(I,N) D(I,N)] \right. \\
 & + \sum_{I=1}^6 DB(I) [CR(I,N) C(I,N) - SR(I,N) D(I,N)] \\
 & - DR \cdot \text{Im}(PMES(N)) \\
 & - DI \cdot \text{Re}(PMES(N)) \\
 & + IMKO(N) \left. \right\}^2 \quad (A.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 REKO(N) = & \sum_{I=1}^6 AO(I) [CR(I,N) C(I,N) - SR(I,N) D(I,N)] \\
 & + \sum_{I=1}^6 BO(I) [SR(I,N) C(I,N) + CR(I,N) D(I,N)] \\
 & - RO \cdot \text{Re}(PMES(N)) \\
 & + IO \cdot \text{Im}(PMES(N)) \\
 & - \frac{\cos(2\pi RQ(N))}{4\pi RQ(N)} \\
 & - \sum_{I=1}^6 \frac{CR(I,N)}{4\pi RSQ(I,N)} \quad (A.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{IMKO}(N) = & - \sum_{I=1}^6 \text{AO}(I) [ \text{SR}(I,N) \text{C}(I,N) + \text{CR}(I,N) \text{D}(I,N) ] \\
 & + \sum_{I=1}^6 \text{BO}(I) [ \text{CR}(I,N) \text{C}(I,N) - \text{SR}(I,N) \text{D}(I,N) ] \\
 & - \text{RO} \cdot \text{Im}(\text{PMES}(N)) \\
 & - \text{IO} \cdot \text{Re}(\text{PMES}(N)) \\
 & + \frac{\sin(2\pi \text{RQ}(N))}{4\pi \text{RQ}(N)} \\
 & + \sum_{I=1}^6 \frac{\text{SR}(I,N)}{4\pi \text{RSQ}(I,N)} \quad (\text{A.30})
 \end{aligned}$$

Aus der Forderung

$$\sum_{N=1}^M \text{DP}(N)^2 \stackrel{!}{=} \text{minimal} \quad (4.7) \cong (\text{A.31})$$

ergeben sich die notwendigen und hinreichenden Bedingungen

$$\frac{d}{d \text{DA}(I)} \sum_{N=1}^M \text{DP}(N)^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{d}{d \text{DB}(I)} \sum_{N=1}^M \text{DP}(N)^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{d}{d \text{DR}} \sum_{N=1}^M \text{DP}(N)^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{d}{d \text{DI}} \sum_{N=1}^M \text{DP}(N)^2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.35})$$

Aus den Bedingungen A.32 bis A.35 erhält man das folgende Gleichungssystem

$$M \cdot X = B \quad (\text{A.36})$$

$$\begin{aligned}
 X = ( & DA(1) , DA(2) , DA(3) , DA(4) , DA(5) , DA(6) , \\
 & DB(1) , DB(2) , DB(3) , DB(4) , DB(5) , DB(6) , \\
 & DR , DI )
 \end{aligned}
 \tag{A.37}$$

Als Abkürzungen werden folgende Grössen eingesetzt :

$$E(I,N) = CR(I,N) C(I,N) - SR(I,N) D(I,N) \tag{A.38}$$

$$F(I,N) = SR(I,N) C(I,N) + CR(I,N) D(I,N) \tag{A.39}$$

Da Summation und Differentiation lineare Operationen sind, dürfen sie bezüglich der Reihenfolge der Durchführung vertauscht werden. Die ersten sechs Zeilen des Gleichungssystems ergeben sich aus der Differentiation von  $\sum DP(N)^2$  nach  $DA(I)$ .

Aus Gleichung A.32 folgt :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{N=1}^M \sum_{J=1}^6 DA(J) [ E(J,N) E(I,N) + F(J,N) F(I,N) ] \\
 + & \sum_{N=1}^M \sum_{J=1}^6 DB(J) [ F(J,N) E(I,N) - E(J,N) F(I,N) ] \\
 + & \sum_{N=1}^M DR [-Re(PMES(N)) E(I,N) + Im(PMES(N)) F(I,N) ] \\
 + & \sum_{N=1}^M DI [ Im(PMES(N)) E(I,N) + Re(PMES(N)) F(I,N) ] \\
 = & \\
 - & \sum_{N=1}^M REKO(N) E(I,N) \\
 + & \sum_{N=1}^M IMKO(N) F(I,N)
 \end{aligned}
 \tag{A.40}$$

Analog ergeben sich aus den Gleichungen A.33 bis A.35 die restlichen Zeilen des Gleichungssystems.

Für die Koeffizienten  $m_{KL}$  der Matrix M ergeben sich daraus folgende Werte :

$$M(K,L) = m_{KL} \quad (A.41)$$

für  $K = 1, 2, \dots 6$  ;  $L = 1, 2, \dots 6$   
 $I = K$  ;  $J = L$

$$M(K,L) = \sum_{N=1}^M [ E(J,N) E(I,N) + F(J,N) F(I,N) ] \quad (A.42)$$

für  $K = 1, 2, \dots 6$  ;  $L = 7, 8, \dots 12$   
 $I = K$  ;  $J = L - 6$

$$M(K,L) = \sum_{N=1}^M [ F(J,N) E(I,N) - E(J,N) F(I,N) ] \quad (A.43)$$

für  $K = 1, 2, \dots 6$  ;  $L = 13$   
 $I = K$

$$M(K,L) = \sum_{N=1}^M [ -\operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N)) E(I,N) + \operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N)) F(I,N) ] \quad (A.44)$$

für  $K = 1, 2, \dots 6$  ;  $L = 14$   
 $I = K$

$$M(K,L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N)) E(I,N) + \operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N)) F(I,N) ] \quad (A.45)$$

für  $K = 7, 8, \dots 12$  ;  $L = 1, 2, \dots 6$   
 $I = K - 6$  ;  $J = L$

$$M(K,L) = \sum_{N=1}^M [ E(J,N) F(I,N) - F(J,N) E(I,N) ] \quad (A.46)$$



für  $K = 7, 8, \dots, 12$  ;  $L = 7, 8, \dots, 12$

$I = K - 6$  ;  $J = L - 6$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ F(J, N) F(I, N) + E(J, N) E(I, N) ] \quad (A.47)$$

für  $K = 7, 8, \dots, 12$  ;  $L = 13$

$I = K - 6$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ -\operatorname{Re}(PMES(N)) F(I, N) - \operatorname{Im}(PMES(N)) E(I, N) ] \quad (A.48)$$

für  $K = 7, 8, \dots, 12$  ;  $L = 14$

$I = K - 6$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Im}(PMES(N)) F(I, N) - \operatorname{Re}(PMES(N)) E(I, N) ] \quad (A.49)$$

für  $K = 13$  ;  $L = 1, 2, \dots, 6$

$J = L$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ -\operatorname{Re}(PMES(N)) E(J, N) + \operatorname{Im}(PMES(N)) F(J, N) ] \quad (A.50)$$

für  $K = 13$  ;  $L = 7, 8, \dots, 12$

$J = L - 6$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ -\operatorname{Re}(PMES(N)) F(J, N) - \operatorname{Im}(PMES(N)) E(J, N) ] \quad (A.51)$$

für  $K = 13$  ;  $L = 13$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Re}^2(PMES(N)) + \operatorname{Im}^2(PMES(N)) ] \quad (A.52)$$

für  $K = 13$  ;  $L = 14$

$$M(K, L) = 0 \quad (A.53)$$

Für  $K = 14$  ;  $L = 1, 2, \dots 6$

$$J = L$$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Im}(PMES(N)) E(J, N) + \operatorname{Re}(PMES(N)) F(J, N) ] \quad (A.54)$$

für  $K = 14$  ;  $L = 7, 8, \dots 12$

$$J = L - 6$$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Im}(PMES(N)) F(J, N) - \operatorname{Re}(PMES(N)) E(J, N) ] \quad (A.55)$$

für  $K = 14$  ;  $L = 13$

$$M(K, L) = 0 \quad (A.56)$$

für  $K = 14$  ;  $L = 14$

$$M(K, L) = \sum_{N=1}^M [ \operatorname{Re}^2(PMES(N)) + \operatorname{Im}^2(PMES(N)) ] \quad (A.57)$$

Die Grössen  $E(J, N)$  ,  $E(I, N)$  ,  $F(J, N)$  und  $F(I, N)$  sind entsprechend den Gleichungen A.38, A.39, A.19 bis A.23 zu berechnen.

Die Absolutglieder  $b_K$  der Matrix B entsprechen dem Absolutglied der Gleichung A.40 und den analog dazu berechneten Gleichungen.

$$B(K) = b_K \quad (A.58)$$

für  $K = 1, 2, \dots 6$

$$I = K$$

$$B(K) = \sum_{N=1}^M [ -\operatorname{Re} K O(N) E(I, N) + \operatorname{Im} K O(N) F(I, N) ] \quad (A.59)$$

für  $K = 7, 8, \dots, 12$

$I = K - 6$

$$B(K) = \sum_{N=1}^M [ -REKO(N) F(I,N) - IMKO(N) E(I,N) ] \quad (A.60)$$

für  $K = 13$

$$B(K) = \sum_{N=1}^M [ REKO(N) \operatorname{Re}(PMES(N)) + IMKO(N) \operatorname{Im}(PMES(N)) ] \quad (A.61)$$

für  $K = 14$

$$B(K) = \sum_{N=1}^M [ -REKO(N) \operatorname{Im}(PMES(N)) + IMKO(N) \operatorname{Re}(PMES(N)) ] \quad (A.62)$$

Die Grössen  $E(I,N)$ ,  $F(I,N)$ ,  $REKO(N)$  und  $IMKO(N)$  sind entsprechend den Gleichungen A.38, A.39, A.19 bis A.23, A.29 und A.30 zu berechnen.

Für den Fall, daß alle sechs Begrenzungsflächen identisches akustisches Absorptionsverhalten und damit die gleiche Wandadmittanz haben, können in den Gleichungen A.15 bis A.30 die Grössen  $DA(I)$  durch  $DA$ ,  $DB(I)$  durch  $DB$ ,  $AO(I)$  durch  $AO$  und  $BO(I)$  durch  $BO$  ersetzt werden. Aus den Bedingungengleichungen A.32 bis A.35 erhält man dann ein Gleichungssystem

$$M \cdot X = B \quad (A.63)$$

mit  $M$  vom Typ  $(4,4)$ ,  $B$  vom Typ  $(4,1)$ .

$$X = (DA, DB, DR, DI) \quad (A.64)$$

Für die Koeffizienten der Matrix M ergeben sich die folgende Werte :

$$M(1,1) = M(2,2) = \sum_{N=1}^M \left\{ \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) \right]^2 + \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) \right]^2 \right\} \quad (A.65)$$

$$M(1,2) = M(2,1) = 0 \quad (A.66)$$

$$M(1,3) = M(3,1) = \sum_{N=1}^M \left\{ \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) (-\operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N))) \right] + \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) (-\operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N))) \right] \right\} \quad (A.67)$$

$$M(1,4) = M(4,1) = \sum_{N=1}^M \left\{ \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) \operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N)) \right] + \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) \operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N)) \right] \right\} \quad (A.68)$$

$$M(2,3) = M(3,2) = \sum_{N=1}^M \left\{ \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) (-\operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N))) \right] + \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) (-\operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N))) \right] \right\} \quad (A.69)$$

$$M(2,4) = M(4,2) = \sum_{N=1}^M \left\{ \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) \operatorname{Im}(\operatorname{PMES}(N)) \right] + \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) (-\operatorname{Re}(\operatorname{PMES}(N))) \right] \right\} \quad (A.70)$$

$$M(3,3) = M(4,4) = \sum_{N=1}^M \left\{ \operatorname{Re}^2(\operatorname{PMES}(N)) + \operatorname{Im}^2(\operatorname{PMES}(N)) \right\} \quad (A.71)$$

$$M(3,4) = M(4,3) = 0 \quad (A.72)$$

Für die Absolutglieder der Matrix B ergeben sich folgende Werte :

$$B(1) = \sum_{N=1}^M \left[ \sum_{J=1}^6 E(J,N) (-REKO(N)) + \sum_{J=1}^6 F(J,N) IMKO(N) \right] \quad (A.73)$$

$$B(2) = \sum_{N=1}^M \left[ \sum_{J=1}^6 F(J,N) (-REKO(N)) + \sum_{J=1}^6 E(J,N) (-IMKO(N)) \right] \quad (A.74)$$

$$B(3) = \sum_{N=1}^M \left[ REKO(N) Re(PMES(N)) + IMKO(N) Im(PMES(N)) \right] \quad (A.75)$$

$$B(4) = \sum_{N=1}^M \left[ -REKO(N) Im(PMES(N)) + IMKO(N) Re(PMES(N)) \right] \quad (A.76)$$

Die Grössen  $E(J,N)$  ,  $F(J,N)$  ,  $REKO(N)$  und  $IMKO(N)$  sind entsprechend den Gleichungen A.38, A.39, A.19 bis A.23, A.29 und A.30 zu berechnen.

## A.2. Berechnung der geometrischen Grössen

Für die Bestimmung der geometrischen Grössen wird ein kartesisches Koordinatensystem so gewählt, daß das lichte Volumen des reflexionsarmen Raumes im ersten Oktanten des Koordinatensystems liegt. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt in einer Raumecke.

$(x_W, y_W, z_W)$  = lichte Abmessungen des Raumes

$(x_Q, y_Q, z_Q)$  = Ort der Schallquelle

$(x_N, y_N, z_N)$  = Mikrofonort N

N = Laufindex der Mikrofonorte,  $N_{\max} = M$

I = Laufindex der sechs Begrenzungsflächen

Für die Anwendung der in Abschnitt A.1. aufgeführten Formeln müssen die geometrischen Grössen auf die Wellenlänge  $\lambda$  bezogen werden.

$$(X_W, Y_W, Z_W) = (x_W / \lambda, y_W / \lambda, z_W / \lambda) \quad (\text{A.77})$$

$$(X_Q, Y_Q, Z_Q) = (x_Q / \lambda, y_Q / \lambda, z_Q / \lambda) \quad (\text{A.78})$$

$$(X(N), Y(N), Z(N)) = (x_N / \lambda, y_N / \lambda, z_N / \lambda) \quad (\text{A.79})$$

Die auf die Wellenlänge  $\lambda$  bezogenen Orte der Spiegelschallquellen  $(XSPQ(I), YSPQ(I), ZSPQ(I))$  ergeben sich zu :

$$\begin{array}{lll} XSPQ(1) = -XQ & YSPQ(1) = +YQ & ZSPQ(1) = +ZQ \\ XSPQ(2) = +XQ & YSPQ(2) = 2Y_W - YQ & ZSPQ(2) = +ZQ \\ XSPQ(3) = 2X_W - XQ & YSPQ(3) = +YQ & ZSPQ(3) = +ZQ \\ XSPQ(4) = +XQ & YSPQ(4) = -YQ & ZSPQ(4) = +ZQ \\ XSPQ(5) = +XQ & YSPQ(5) = +YQ & ZSPQ(5) = -ZQ \\ XSPQ(6) = +XQ & YSPQ(6) = +YQ & ZSPQ(6) = 2Z_W - ZQ \end{array}$$

$$(\text{A.80}) - (\text{A.97})$$

Die auf die Wellenlänge  $\lambda$  bezogenen Abstände zwischen den Schallquellen  $(XQ, YQ, ZQ)$  ,  $(XSPQ(I), YSPQ(I), ZSPQ(I))$  und den Mikrofonorten  $(X(N), Y(N), Z(N))$  ergeben sich zu :

$$RQ(N) = [ (X(N) - XQ)^2 + (Y(N) - YQ)^2 + (Z(N) - ZQ)^2 ]^{1/2} \quad (A.98)$$

$$RSPQ(I, N) = [ (X(N) - XSPQ(I, N))^2 + (Y(N) - YSPQ(I, N))^2 + (Z(N) - ZSPQ(I, N))^2 ]^{1/2} \quad (A.99)$$

Für die Werte für den Cosinus des Schalleinfallswinkels  $\theta_{iN}$  gilt :

$$COSTET(I, N) = \cos \theta_{iN} \quad (A.100)$$

$$COSTET(1, N) = (XQ + X(N)) / RSPQ(1, N) \quad (A.101)$$

$$COSTET(2, N) = (2 YW - YQ - Y(N)) / RSPQ(2, N) \quad (A.102)$$

$$COSTET(3, N) = (2 XW - XQ - X(N)) / RSPQ(3, N) \quad (A.103)$$

$$COSTET(4, N) = (YQ + Y(N)) / RSPQ(4, N) \quad (A.104)$$

$$COSTET(5, N) = (ZQ + Z(N)) / RSPQ(5, N) \quad (A.105)$$

$$COSTET(6, N) = (2 ZW - ZQ - Z(N)) / RSPQ(6, N) \quad (A.106)$$

### A.3. Bestimmung des Betrages und des Phasenwinkels des gemessenen Schalldruckes

Der Betrag und die Phase - relativ zu einer festen Bezugsphase - eines dem Schalldruck proportionalen Mikrofonsignals sollen bestimmt werden. Mit Hilfe geeigneter Gewichtsfunktionen wird der Betrag und die relative Phase durch zeitlich Integration über nur eine Periode berechnet. Das Verfahren ist anwendbar für sinusförmige Signale.

$$p_{MES}(t) = B + A \sin(\omega t + \phi) \quad (A.107)$$

$A$  = Betrag von  $p_{MES}(t)$

$\phi$  = Phasenwinkel von  $p_{MES}(t)$

$B$  = Offset der Mikrofonverstärker

Als Gewichtsfunktionen wird ein Paar orthogonaler Rechteckfunktionen eingesetzt. Die Gewichtsfunktionen sind Bezugspunkt für die Bestimmung der Phase. Lage und Richtung der Vorzeichenwechsel der Nulldurchgänge der Gewichtsfunktionen müssen daher durch eine geeignete Bezugsgröße festgelegt werden, z.B. durch das Signal eines ortsfesten Mikrofons oder durch den Lautsprecherstrom.

$$g_u(t) = \begin{cases} +1 & \text{für } 0 \leq t < T/4 \\ +1 & \text{für } T/4 \leq t < T/2 \\ -1 & \text{für } T/2 \leq t < 3T/4 \\ -1 & \text{für } 3T/4 \leq t < T \end{cases} \quad (A.108)$$

$$g_g(t) = \begin{cases} +1 & \text{für } 0 \leq t < T/4 \\ -1 & \text{für } T/4 \leq t < T/2 \\ -1 & \text{für } T/2 \leq t < 3T/4 \\ +1 & \text{für } 3T/4 \leq t < T \end{cases} \quad (A.109)$$



$$G_u = \int_0^T [ p_{\text{NES}}(t) \cdot g_u(t) ] dt \quad (\text{A.110})$$

$$\begin{aligned} G_u &= \int_0^{T/4} [ B + A \cdot \sin(\omega t + \phi) ] dt \\ &\quad - \int_{T/4}^{3T/4} [ B + A \cdot \sin(\omega t + \phi) ] dt \\ &\quad + \int_{3T/4}^T [ B + A \cdot \sin(\omega t + \phi) ] dt \end{aligned} \quad (\text{A.111})$$

$$\begin{aligned} G_u &= \frac{BT}{4} - A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) + A \cdot \cos(\phi) \\ &\quad - \frac{3TB}{4} + \frac{BT}{4} + A \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \phi\right) - A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) \\ &\quad + TB - \frac{3TB}{4} - A \cdot \cos(2\pi + \phi) + A \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \phi\right) \end{aligned} \quad (\text{A.112})$$

$$G_u = -2A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) + 2A \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \phi\right) \quad (\text{A.113})$$

$$\begin{aligned} G_g &= \int_0^T [ p_{\text{NES}}(t) \cdot g_g(t) ] dt \\ G_g &= \int_0^{T/2} [ B + A \cdot \sin(\omega t + \phi) ] dt \\ &\quad + \int_{T/2}^T [ B + A \cdot \sin(\omega t + \phi) ] dt \end{aligned} \quad (\text{A.114})$$

$$\begin{aligned} G_g &= \frac{BT}{2} - A \cdot \cos(\pi + \phi) + A \cdot \cos(\phi) \\ &\quad - BT + \frac{BT}{2} + A \cdot \cos(2\pi + \phi) - A \cdot \cos(\pi + \phi) \end{aligned} \quad (\text{A.115})$$

$$G_g = -2A \cdot \cos(\pi + \phi) + 2A \cdot \cos(\phi) \quad (\text{A.116})$$

$$G_u = 4A \cdot \sin(\phi) \quad (\text{A.117})$$

$$G_g = 4A \cdot \cos(\phi) \quad (\text{A.118})$$

$$G_u^2 + G_g^2 = 16 A^2 ( \sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) ) \quad (\text{A.119})$$

$$G_u^2 + G_g^2 = 16 A^2 \quad (\text{A.120})$$

$$A = \frac{1}{4} ( G_u^2 + G_g^2 )^{1/2} \quad (\text{A.121})$$

$$\frac{G_u}{G_g} = \tan \phi \quad (\text{A.122})$$

$$\phi = \arctan ( G_u / G_g ) \quad (\text{A.123})$$









